

## Mécanique des fluides

### IV — Écoulement de fluides réels

#### Nombre de Reynolds

Soit l'écoulement de vitesse caractéristique  $U$ , de dimension caractéristique  $L$ , d'un fluide de masse volumique  $\mu$  et de viscosité  $\eta$ . Le nombre de Reynolds caractéristique de cet écoulement est le nombre sans dimension

$$\mathcal{Re} = \frac{\mu UL}{\eta} = \frac{UL}{\nu}$$

où  $\nu = \eta/\mu$  est la viscosité cinématique du fluide.

- La longueur caractéristique  $L$  est le diamètre d'une conduite, ou la dimension d'un obstacle.

#### Interprétation physique

Le nombre de Reynolds est le rapport des ordres de grandeur de deux termes de l'équation de Navier-Stokes, que l'on peut interpréter comme deux modes de transfert de quantité de mouvement :

$$\mathcal{Re} \approx \frac{\|\mu(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}\|}{\|\eta \Delta \vec{v}\|} \approx \frac{\text{inertie}}{\text{viscosité}} = \frac{\text{transfert convectif}}{\text{transfert diffusif}}$$

$\mathcal{Re} \ll 1$  : l'écoulement est gouverné par la viscosité ; il est dit **rampant**.

$\mathcal{Re} \gg 1$  : l'écoulement est gouverné par l'inertie.

- La plupart des écoulements de la vie quotidienne sont caractérisés par  $\mathcal{Re} \gg 1$ .
- Les écoulements à faible nombre de Reynolds correspondent aux vitesses très faibles, aux dimensions très petites, ou aux fluides très visqueux.

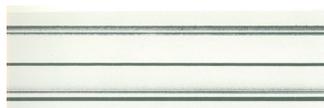
#### Écoulement laminaire ou turbulent dans une conduite

Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement d'un fluide de masse volumique  $\mu$  et de viscosité  $\eta$  dans une conduite de diamètre  $D$  est :

$$\mathcal{Re} = \frac{\mu UD}{\eta}$$

où  $U$  est la vitesse moyenne du fluide dans la conduite.

$\mathcal{Re} < 2000$  : écoulement laminaire



$\mathcal{Re} > 4000$  : écoulement turbulent



- Pour  $2000 < \mathcal{Re} < 4000$ , on observe un régime de transition, où l'écoulement fluctue entre le régime laminaire et le régime turbulent.
- Dans des conditions expérimentales particulières, on peut observer une transition laminaire-turbulent pour un nombre de Reynolds bien supérieur à 2000 ; il ne s'agit que d'un ordre de grandeur.

## Écoulement parfait et couche limite

### Écoulement parfait

Un écoulement est dit parfait si tous les phénomènes diffusifs, en particulier la viscosité, sont négligeables.

- La limite de la viscosité nulle  $\eta \rightarrow 0$  revient à considérer  $\mathcal{Re} \rightarrow \infty$ .

### Couche limite

L'écoulement autour d'un obstacle, tel que  $\mathcal{Re} \gg 1$ , est caractérisé par une **couche limite** d'épaisseur  $\delta$  autour de l'obstacle, zone dans laquelle les effets de la viscosité sont prépondérants. En dehors de la couche limite, l'écoulement est considéré comme parfait.

- L'épaisseur de la couche limite est donnée par

$$\delta \approx \frac{L}{\sqrt{\mathcal{Re}}}$$

- Dans le cas où  $\mathcal{Re} \approx 1$ , l'effet de la viscosité se ressent dans tout le domaine de l'écoulement ; on ne peut plus parler de couche limite.
- À l'intérieur de la couche limite, l'écoulement peut être laminaire (couche limite laminaire) ou turbulent (couche limite turbulente).
- La notion de couche limite permet de ramener l'étude de l'écoulement d'un fluide réel à celui d'un fluide parfait, en confondant la surface extérieure de la couche limite avec celle de l'obstacle. La condition aux limites ne porte alors que sur la composante normale du champ des vitesses :  $\vec{v}(M, t) \cdot \vec{n} = 0$  en tout point  $M$  de « l'obstacle », où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à l'obstacle en  $M$ .
- Dans certaines situations, on peut observer un **décollement de la couche limite**, donnant naissance à un sillage : l'effet de la viscosité ne reste plus confiné au voisinage de l'obstacle, et la zone où l'écoulement ne peut être considéré comme parfait devient importante. C'est le cas après un angle saillant, ou sur l'extrados d'une aile d'avion au-delà d'une certaine inclinaison (phénomène de décrochage aérodynamique).

### Trainée d'une sphère solide dans un fluide

Soit un solide immergé dans un fluide, dont l'écoulement loin du solide est caractérisé par un champ des vitesses uniforme  $\vec{v} = U \vec{e}_x$ .

On appelle **trainée** la composante  $\vec{F}_x = F_x \vec{e}_x$ , dans la direction de l'écoulement, de la résultante des actions du fluide sur le solide immergé.

- La composante normale à la direction de l'écoulement de la résultante des actions du fluide est appelée **portance**.

On considère une sphère de rayon  $R$ , placée dans un fluide de masse volumique  $\mu$ , de viscosité  $\eta$ , se déplaçant loin de la sphère à la vitesse uniforme  $\vec{v} = U \vec{e}_x$ .

Le coefficient de traînée est le nombre sans dimension

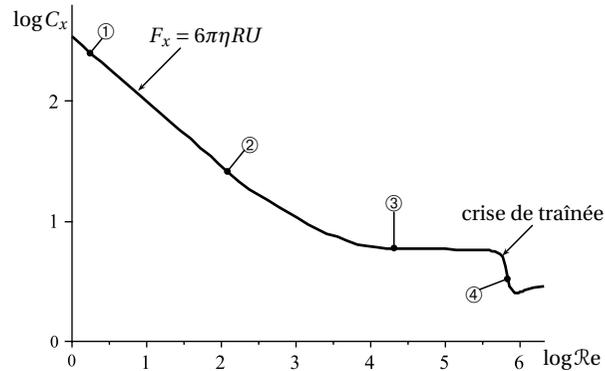
$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\mu U^2 S}$$

où  $S = \pi R^2$  est la section maximale de la sphère perpendiculairement à l'écoulement (appelée *maître-couple*).

Le coefficient de traînée dépend :

- du nombre de Reynolds ;
- de la texture de la sphère.

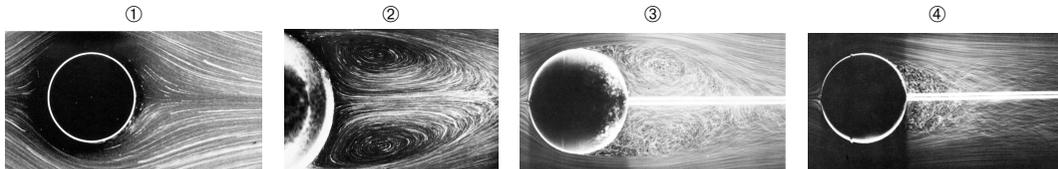
### Évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds



$Re < 1$  : la traînée est donnée par la **loi de Stokes**  $\vec{F}_x = 6\pi\eta R \vec{v}$ .

$10^3 < Re < 10^6$  : le coefficient de traînée  $C_x$  est constant.

$Re \approx 10^6$  : le coefficient de traînée diminue brutalement puis reste sensiblement constant. C'est la **crise de traînée**.



Couche limite collée à la sphère (loi de Stokes).

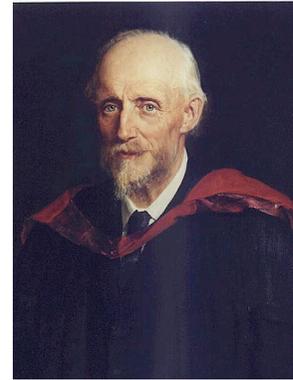
La couche limite se décolle de plus en plus tôt ; des tourbillons apparaissent dans le sillage.

La couche limite se décolle ; le sillage turbulent occupe tout l'espace en aval (traînée en  $v^2$ )

Le décollement de la couche limite est retardé ; le sillage turbulent est moins important (chute de la traînée).

- Une couche limite turbulente résiste mieux au décollement qu'une couche limite laminaire.
- La crise de la traînée correspond à la transition couche limite laminaire → couche limite turbulente.
- Les alvéoles à la surface d'une balle de golf favorisent l'apparition d'une couche limite turbulente, afin de diminuer la traînée.
- L'écoulement turbulent dans le sillage s'accompagne d'une forte dissipation d'énergie par viscosité. La dissipation est plus faible si le sillage est plus petit.

### Mais qui était-il ?

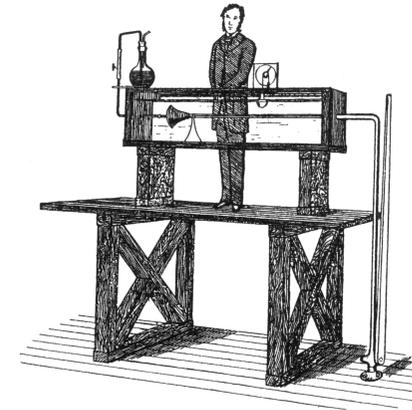


**Osborne Reynolds** (1842-1912).

Physicien britannique, auteur de travaux fondamentaux en dynamique des fluides.

Son approche était celle d'un ingénieur (avant ses études, il fut apprenti chez un constructeur de navires). Ses travaux les plus connus portent sur l'étude de la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent d'un fluide en écoulement dans un tuyau (1883). Il introduisit le nombre de Reynolds à partir de ses expériences. Ses résultats sont à la base de la similitude, qui permet d'étudier des modèles réduits de maquettes.

Il étudia aussi le transfert thermique entre les solides et les fluides, la théorie cinétique des gaz, la lubrification, les freins hydrauliques...



Reynolds a visualisé la transition entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent à l'aide de son expérience, dont la reproduction ci-contre est issue de la publication de 1883.

Une plate-forme surélevée permet d'utiliser un siphon suffisamment haut pour atteindre la vitesse critique nécessaire. Un levier permet d'ouvrir la vanne de sortie depuis la plate-forme. L'eau s'écoule d'un récipient aux parois de verre à travers un tube en verre ; un filament de colorant est injectée à l'entrée du tube, évasée pour ne pas perturber l'écoulement. La vitesse est déterminée par la mesure du niveau d'eau dans le récipient. On peut voir son dispositif à l'université de Manchester.

Initialement, Reynolds écrivait la vitesse critique sous la forme  $U = P/BD$ , où  $D$  est le diamètre du

tube,  $P = \nu/\nu_0$  est la viscosité cinématique de l'eau divisée par sa valeur  $\nu_0$  à 0 °C et  $B$  est le paramètre dont la valeur critique est déterminée expérimentalement. Il a déterminé la vitesse critique pour laquelle l'écoulement reste laminaire et stable dans le tube, et obtint  $B = 278 \text{ s} \cdot \text{m}^{-2}$ , soit  $Re = 2020$ . Reynolds notait  $K$  le nombre de Reynolds, et le définissait à partir du diamètre du tube. Il obtenait une transition laminaire/turbulent pour une valeur de  $K$  située entre 1900 et 2000.

