Onde électromagnétique à une interface diélectrique

On s'intéresse au comportement d'une onde plane harmonique se propageant dans un milieu d'indice n_1 et arrivant à l'interface avec un milieu d'indice n_2. Ces milieux sont linéaires, isotropes et non magnétiques. L'interface est définie par le plan $(x0y)$ et est supposée plane et infinie. Le champ électrique de l'onde plane incidente est noté

$$\mathbf{E}_i = A_i \cos(\mathbf{k}_i.\mathbf{r} - \omega_i t)\,\mathbf{e}_x$$

Les champs électriques réfléchi et transmis sont notés de manière similaire avec l'indice i remplacé par les indices r et t. Justifier que $\omega_i = \omega_r = \omega_t$. On note cette pulsation ω par la suite.

1 Cas de l'incidence normale

Dans cette partie, on suppose que l'onde incidente se propage dans la direction des z croissants.

1. Expliciter les champs électriques et magnétiques des ondes incidente, réfléchie et transmise.
2. A partir des conditions au bord ($z = 0$), obtenir les coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude, définis par

$$r = \frac{A_r}{A_i} \qquad t = \frac{A_t}{A_i}$$

3. Vérifier que $r^2 + t^2 \neq 1$.
4. On s'intéresse maintenant aux flux d'énergie et donc aux vecteurs de Poynting $\mathbf{\Pi}$ incidents, réfléchi et transmis. Donner l'expression des coefficients de réflexion R et de transmission T en intensité, définis par :

$$R = \frac{|\Pi_r|}{|\Pi_i|} \qquad T = \frac{|\Pi_t|}{|\Pi_i|}$$

5. Vérifier que $R + T = 1$.
6. Expliquer les observations sur une fenêtre d'indice $n = 1,5$: de jour, on voit à travers ; de nuit, on voit son reflet.

2 Cas de l'incidence oblique

On considère que l'onde est incidente avec un angle θ_i par rapport l'axe z. Pour simplifier, il est préférable de séparer les polarisations et de traiter séparément le cas où le champ électrique est orthogonal au plan d'incidence défini par $\mathbf{k}$ et $\mathbf{z}$, appelé *polarisation s*, et le cas où le champ électrique se trouve dans le plan d'incidence, appelé *polarisation p*.

2.1 Cas de la polarisation s

1. Ecrire la condition de continuité à l'interface $z = 0$ pour le champ électrique. En déduire que les composantes tangentielles des vecteurs d'onde sont égales, ce qui est appelé *loi de Snell-Descartes*.
2. En déduire que, si $n_1 > n_2$, il n'existe pas d'onde transmise si θ_i est supérieur à un angle critique θ_c. Que vaut θ_c pour l'interface air-verre ?
3. En utilisant les conditions de continuité sur les champs électrique et magnétique, montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude s'expriment de la manière suivante :

$$r_s = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{n_1 \cos\theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{n_1 \cos\theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \tag{1}$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \tag{2}$$

   Ils sont appelés *coefficients de Fresnel*.
4. Montrer que ces expressions sont cohérentes avec celles obtenues pour l'incidence normale.
5. Tracer le module de r_s en fonction de θ_i ? On distinguera les cas $n_1 > n_2$ et $n_1 < n_2$.
6. Dans quel cas observe-t-on un déphasage à la réflexion ?

2.2 Cas de la polarisation p

1. Existe-t-il un angle critique comme pour la polarisation s ?

   En utilisant les conditions de continuité en $z = 0$, on montre de manière similaire à la polarisation s que les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude s'écrivent

$$r_p = \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t} = \frac{n_2^2 \cos\theta_i - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \tag{3}$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t} = \frac{2n_1 n_2 \cos\theta_i}{n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}} \tag{4}$$

2. Montrer que ces expressions sont cohérentes avec celles obtenues pour l'incidence normale.
3. Tracer le module de r_p en fonction de θ_i ? On distinguera les cas $n_1 > n_2$ et $n_1 < n_2$.
4. Montrer que r_p s'annule pour un angle d'incidence, appelé *angle de Brewster*, tel que $\tan\theta_{i_B} = \frac{n_2}{n_1}$. Commentaires et conséquences ?

⋆ ⋆ ⋆