Phénomène de diffraction

Dans un milieu homogène, une onde se propage en ligne droite.
Quand le milieu de propagation subit des variations (ou des discontinuités) sur une échelle de longueur comparable à la longueur d'onde,

- Le phénomène de diffraction se rencontre avec tout type d'onde : onde acoustique, lumière, onde à la surface de l'eau, etc.
- Quand la diffraction se produit en optique, les lois de l'optique géométrique ne sont plus respectées (propagation rectiligne de la lumière).

Principe d'Huygens-Fresnel

Énoncé du principe

Soit une surface d'onde Σ d'une onde émise par une source S.
On considère la surface élémentaire $d\sigma_P$ centrée en tout point P de la surface d'onde.
– Chaque point P de la surface d'onde se comporte comme la source d'une ondelette sphérique.
– L'amplitude de l'ondelette émise est proportionnelle à l'amplitude de l'onde incidente en P et à la surface $d\sigma_P$. Sa phase est égale à celle de l'onde incidente.
– Toutes les ondelettes émises par les points de la surface d'onde sont cohérentes entre elles et interfèrent. L'amplitude de l'onde observée en un point M est donc la somme des amplitudes des ondelettes en ce point.

Pupille

Considérons un écran susceptible de laisser passer la lumière. En notant $\underline{a}_\mathrm{i}(P)$ l'amplitude complexe de la lumière incidente en un point P de la pupille et $\underline{a}_\mathrm{t}(P)$ l'amplitude complexe transmise (juste après la pupille), on définit la transparence $\underline{t}(P)$ par

$$\boxed{\underline{a}_\mathrm{t}(P) = \underline{t}(P)\underline{a}_\mathrm{i}(P)}$$

- Pour un objet opaque, on a $\underline{t}(P) = 1$.
- Pour un trou, on a $\underline{t}(P) = 1$.
- Pour un objet transparent, on a $\left|\underline{t}(P)\right| = 1$.

Expression mathématique du principe d'Huygens-Fresnel

Une pupille Σ, de transparence $\underline{t}(P)$, est éclairée par une source ponctuelle S émettant une onde monochromatique d'amplitude A_0.

L'amplitude diffractée en un point M a pour amplitude complexe

$$\underline{a}(M) = KA_0 \iint_{P\in\Sigma} \underline{t}(P)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0(SPM)}\,d\sigma_P$$

avec $k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$

Diffraction à l'infini (diffraction de Fraunhoffer)

La pupille est éclairée par une onde plane monochromatique (source à l'infini) ; on observe la figure de diffraction à l'infini (onde plane à la sortie de la pupille).

Expression de l'amplitude diffractée

L'onde plane incidente, issue de la source S à l'infini, se propage dans la direction repérée par le vecteur unitaire $\vec{u}$.
L'onde diffractée en un point M à l'infini se propage dans la direction repérée par le vecteur unitaire $\vec{u}'$.
L'amplitude diffractée en M par la pupille Σ s'écrit

$$\underline{a}(M) = \underline{a}(\vec{u}') = KA_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0(SOM)} \iint_{P\in\Sigma} \underline{t}(P)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_0(\vec{u}'-\vec{u})\cdot\overrightarrow{OP}}\,d\sigma_P$$

où O est une origine arbitraire prise dans le plan de la pupille.

- Le chemin optique (SPM) étant infini, on ne peut que le comparer avec le chemin optique suivi par l'onde passant par un point O arbitraire : $(SPM) = (SOM) + (\vec{u} - \vec{u}')\cdot\overrightarrow{OP}$.

La pupille Σ étant dans le plan OXY, les vecteurs directeurs unitaires des rayons incident et diffracté sont repérés par leurs composantes dans la base $OXYZ$:

$$\vec{u} = \alpha\,\vec{e}_X + \beta\,\vec{e}_Y + \gamma\,\vec{e}_Z \quad \text{et} \quad \vec{u}' = \alpha'\,\vec{e}_X + \beta'\,\vec{e}_Y + \gamma'\,\vec{e}_Z$$

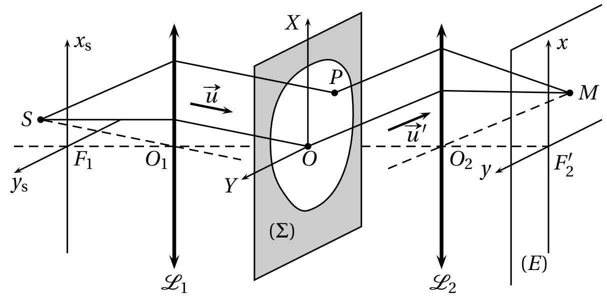
L'amplitude diffractée dans la direction de $\vec{u}'$ s'écrit

$$\underline{a}(M) = \underline{a}(\alpha', \beta') = KA_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0(SOM)} \iint_{P\in\Sigma} \underline{t}(X,Y)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_0[(\alpha'-\alpha)X+(\beta'-\beta)Y]}\,dX\,dY$$

où X et Y sont les coordonnées de P dans la pupille.

Réalisation expérimentale

La source ponctuelle S est placé dans le plan focal objet d'une lentille convergente $\mathscr{L}_1$ de focale f_1'.
L'observation se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente $\mathscr{L}_2$ de focale f_2'.



Les lentilles étant prises dans les conditions de Gauss, on a alors

$$\alpha = -\frac{x_s}{f_1'} \quad \beta = -\frac{y_s}{f_1'} \quad \text{et} \quad \alpha' = \frac{x}{f_2'} \quad \beta' = \frac{y}{f_2'}$$

Diffraction à l'infini par une ouverture rectangulaire

La pupille est une ouverture rectangulaire de largeur a selon X et de hauteur b selon Y :

$$\underline{t}(X,Y) = \begin{cases} 1 & \text{pour } -a/2 \leqslant x \leqslant a/2 \text{ et } -b/2 \leqslant Y \leqslant b/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

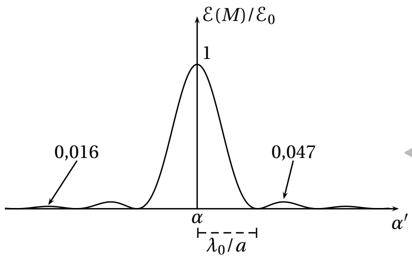
L'amplitude diffractée dans la direction de $\vec{u}'$ s'écrit

$$\underline{a}(M) = \underline{a}(\alpha',\beta') = KA_0 ab\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_0(SOM)}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi(\alpha'-\alpha)a}{\lambda_0}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi(\beta'-\beta)b}{\lambda_0}\right)$$

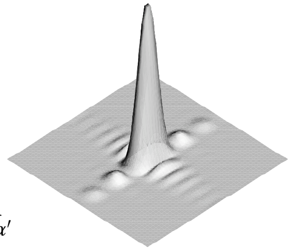
L'éclairement $\mathcal{E}(M) = \underline{a}(M)\underline{a}^*(M)$ s'écrit, en posant $\mathcal{E}_0 = (KA_0ab)^2$:

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}(\alpha',\beta') = \mathcal{E}_0\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi(\alpha'-\alpha)a}{\lambda_0}\right)\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi(\beta'-\beta)b}{\lambda_0}\right)$$

- L'éclairement est maximum sur l'image géométrique de la source, pour $\alpha' = \alpha$ et $\beta' = \beta$ (rayon diffracté dans la même direction que le rayon incident).
- L'essentiel de l'énergie lumineuse est concentrée dans la tâche centrale de diffraction.
- La diffraction se fait principalement selon les axes de l'ouverture rectangulaire ; en dehors de ces directions, l'énergie lumineuse est négligeable (produit de deux sinc^2 très petits).
- Les dimensions de la tâche centrale de diffraction sont inversement proportionnelles aux dimensions de l'ouverture diffractante.



Représentation $\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi(\alpha'-\alpha)a}{\lambda_0}\right)$


Représentation $\mathcal{E}(\alpha',\beta')$

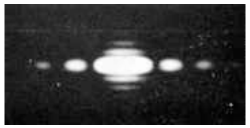
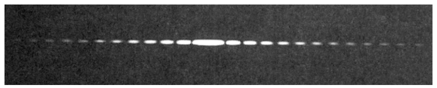


Figure de diffraction

Cas d'une fente fine

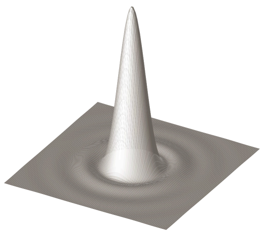
Dans le cas d'une fente fine parallèle à OY (soit $b \gg a$), l'éclairement ne prend de valeur notable que pour $\beta' = \beta$: **la diffraction ne se produit que perpendiculairement à la fente.**

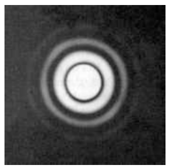


Cas d'une ouverture circulaire

La figure de diffraction par une ouverture circulaire de diamètre D est à symétrie circulaire. L'essentiel de l'énergie lumineuse est concentrée dans une tache centrale circulaire, appelée *tache d'Airy*, dont le rayon angulaire vaut

$$\boxed{\theta = 1{,}22\frac{\lambda_0}{D}}$$





Diffraction par N fentes

L'éclairement dû à la diffraction d'une onde plane par N pupilles identiques contrées aux points O_i est de la forme

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\text{diff}}(M) \times \mathcal{E}_{\text{interf}}(M)$$

où $\mathcal{E}_{\text{diff}}(M)$ est l'éclairement correspondant à la figure de diffraction donnée par une pupille unique, et $\mathcal{E}_{\text{interf}}(M)$ est l'éclairement correspondant à la figure d'interférences entre N ondes émises par les points O_i.

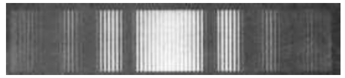
Application : diffraction par les fentes d'Young

L'intensité diffractée par deux fentes parallèles de largeur e, distantes de a, observée dans une direction θ' s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}(\theta') = 2\mathcal{E}_0\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi(\theta'-\theta)e}{\lambda_0}\right)\left[1+\cos\left(\frac{2\pi(\theta'-\theta)a}{\lambda_0}\right)\right]$$

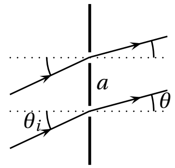
où θ est la direction dans laquelle se propage l'onde plane éclairant les fentes.


Diffraction par une fente


Diffraction par deux fentes identiques

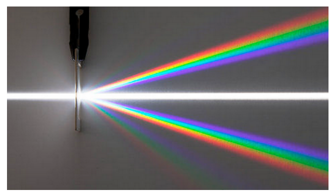
Diffraction par un réseau plan

Un réseau est constitué par $N \gg 1$ fentes fines (appelées *traits*) identiques, équidistantes de a (appelé *pas du réseau*). Typiquement un réseau comporte entre 100 et 5 000 traits par millimètres. Les N fentes se comportent comme N sources cohérentes.
L'éclairement diffracté n'est non nul que dans les directions correspondant à des interférences constructives, où la différence de marche entre deux rayons successifs est $\delta = p\lambda_0$, avec $p \in \mathbf{Z}$. Ces directions sont données par la formule des réseaux :



$$\sin\theta_p = \sin\theta_{\text{i}} + p\frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec} \quad p \in \mathbf{Z}$$

- L'entier p définit l'ordre du maximum.
- L'ordre $p = 0$ conduit à $\theta_0 = \theta_{\text{i}}$, $\forall \lambda_0$: on observe l'image géométrique de la source, de la couleur de la source. L'ordre zéro ne présente aucun intérêt pour l'étude spectrale de la lumière.
- Pour $p \neq 0$, la direction θ_p dépend de la longueur d'onde λ_0 : on observe le spectre de la lumière de la source.



L'angle de déviation de l'ordre p, pour la longueur d'onde λ_0, est $D = |\theta_p - \theta_{\text{i}}|$. Lorsque θ_{i} varie, D passe par un minimum pour $\theta_{\text{p}} = -\theta_{\text{i}}$; le plan du réseau est alors bissecteur des rayons incident et diffracté. Le **minimum de déviation** D_{m} de l'ordre p pour la longueur d'onde λ_0 vérifie

$$2\sin\frac{D_{\text{m}}}{2} = p\frac{\lambda_0}{a}$$