

# LES ÉTATS DE LA MATIÈRE ET LEURS SYMÉTRIES

Roger Balian\*

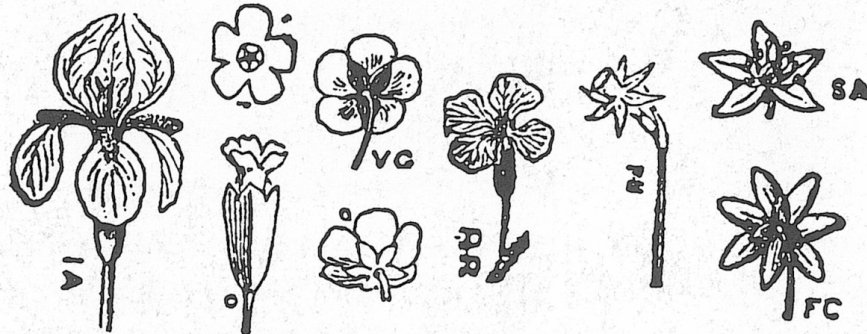
## INTRODUCTION

L'observation de régularités dans certains phénomènes et objets naturels a de tous temps été un moteur puissant de la pensée scientifique. C'est ainsi que dans l'antiquité la plus reculée la périodicité du mouvement des astres a permis de dégager le concept de temps. Aujourd'hui, nos étalons pour la mesure du temps et de la longueur se réfèrent à la fréquence d'oscillation d'un rayonnement lumineux émis par un atome et à la longueur d'onde associée, qui caractérisent la régularité temporelle et spatiale de cette onde. Une autre forme de régularité nous frappe dans certains objets naturels, qu'ils soient biologiques ou minéraux : les symétries, par exemple pour les fleurs (Fig. 1) ou les cristaux (Fig. 2). On constate aussi qu'un même corps, par exemple l'eau, peut exister sous divers états ayant des symétries différentes : la vapeur d'eau et le liquide sont homogènes et isotropes, tandis qu'il existe diverses formes de cristaux de glace, qui manifestent une symétrie par exemple hexagonale (Fig. 3).

---

\*DSM-SPhT, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.

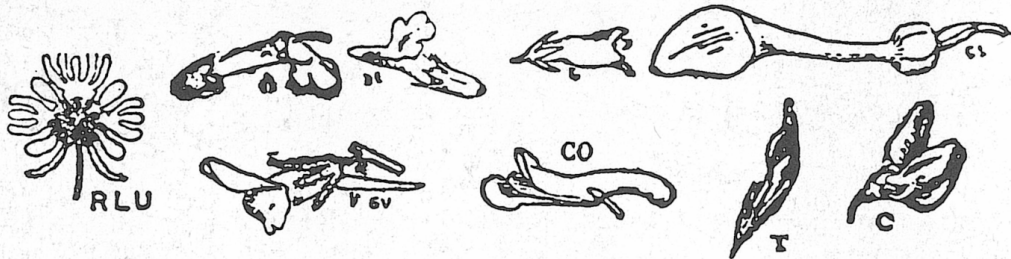
× Chaque fleur *régulière*, c'est-à-dire que les parties semblables de la fleur qui sont colorées en jaune ou jaunâtre sont régulièrement disposées autour du centre de la fleur et sont sensiblement égales entre elles..... 356



Les figures ci-dessus représentent des exemples de fleurs régulières.

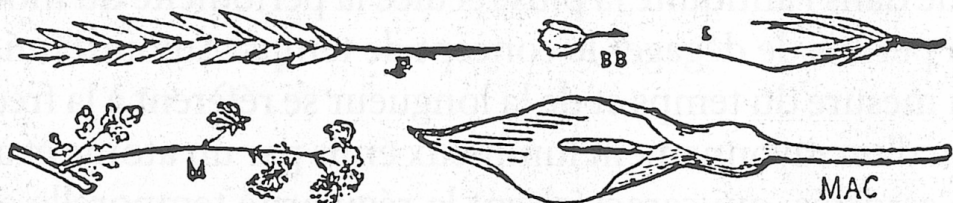
× Chaque fleur *irrégulière*, c'est-à-dire que les fleurs n'ont pas la disposition précédente..... 455

*Remarque.* — Il ne faut pas considérer comme régulières les fleurs qui ont la moitié droite et la moitié gauche semblables entre elles.



Les figures ci-dessus représentent quelques exemples de fleurs irrégulières.

× Chaque fleur *réduite à de petites écailles* qui sont jaunes ou jaunâtres ou fleurs entourées par un *cornet* (figure MAC) de plus de 6 centimètres de longueur et non jaune..... 502



Les figures ci-dessus représentent quelques exemples de fleurs ou de groupes de fleurs réduites à des écailles.

*Remarque importante.* — Si l'on hésite entre fleur régulière ou fleur irrégulière, comme par exemple pour la fleur représentée par la figure ML, on peut prendre l'une ou l'autre question ; on arrivera au nom de la plante dans les deux cas. On peut aussi hésiter entre fleurs réduites à des écailles et fleurs régulières, car certaines fleurs, bien que régulières, sont formées de parties membranées et elles semblent réduites à des écailles, comme par exemple pour la fleur représentée en SI ou pour le groupe de fleurs figuré ci-dessus en M ; on peut choisir l'une ou l'autre question : on arrivera au nom de la plante dans les deux cas.

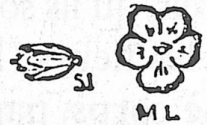


Figure 1 : Symétries de diverses fleurs et inflorescences : une page de la flore de G. Bonnier, *Les noms des fleurs trouvés par la méthode simple* (tous droits réservés).

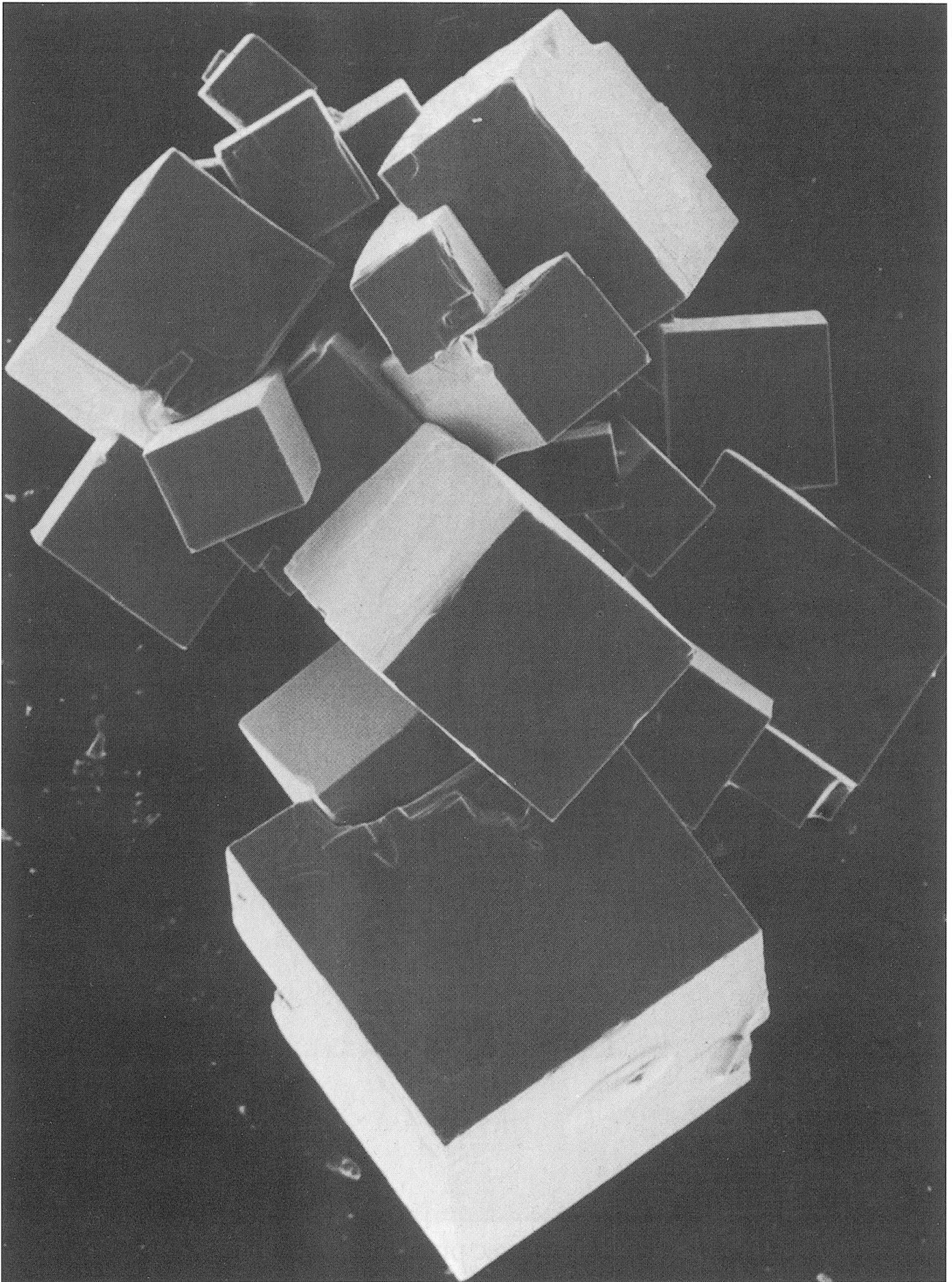


Figure 2 : Cristaux de sel (d'après *On growth and form*, D'Arcy Wentworth Thompson, tous droits réservés).

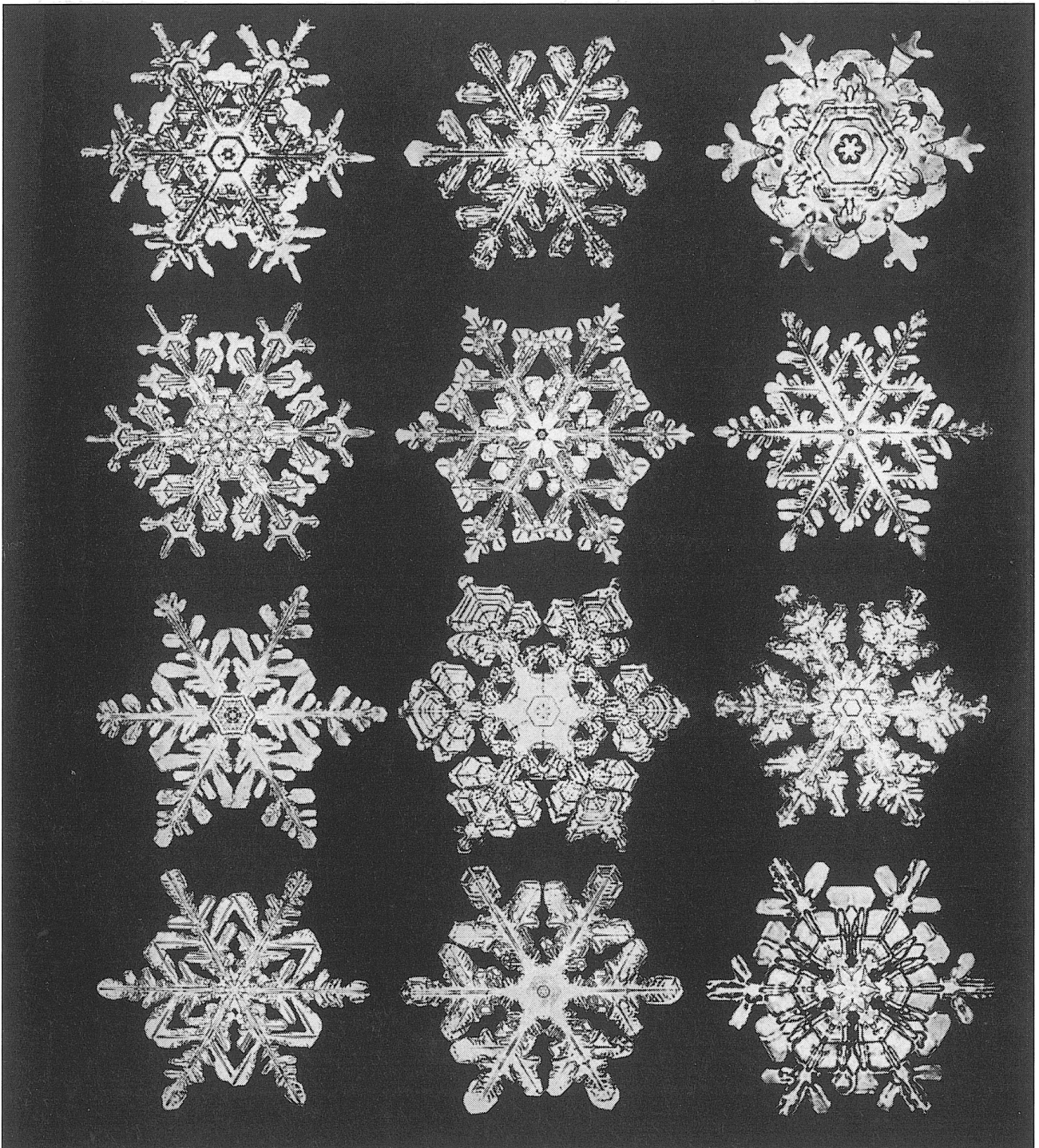


Figure 3 : Photographies de cristaux de neige prises par W.A. Bentley au début du siècle. (*Snow crystals*, tous droits réservés.)

La notion de symétrie présente en physique divers aspects. Il s'agit d'abord de *décrire* et caractériser avec précision les diverses symétries envisageables, problème de nature mathématique, branche de la géométrie. Ensuite, l'identification de tel ou tel type de symétrie aide à *classer* de façon systématique les objets ou les phénomènes. Ainsi, les symétries des diverses

parties des fleurs, celles des inflorescences ou des foliations fournissent-elles l'un des éléments de la classification botanique. La cristallographie, quant à elle, repose presque exclusivement sur des considérations de symétrie. Un problème plus difficile est *d'expliquer* pourquoi telle ou telle symétrie apparaît. Comment comprendre, sachant que le sel est constitué d'atomes de Cl et de Na en nombre égal, pour qu'il cristallise en cubes, alors que le mica cristallise en hexagones ? Pourquoi les écailles des pommes de pin ou des ananas, les cœurs d'artichaut ou les centres des fleurs de tournesol (Fig. 4) sont-ils disposés en deux familles de spirales tournant dans les deux sens, dont les nombres sont deux éléments successifs de la suite de Fibonacci ( $1, 2, 2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5, 5 + 3 = 8, 8 + 5 = 13, 13 + 8 = 21, 21 + 13 = 34, \text{etc.}$ ) ?

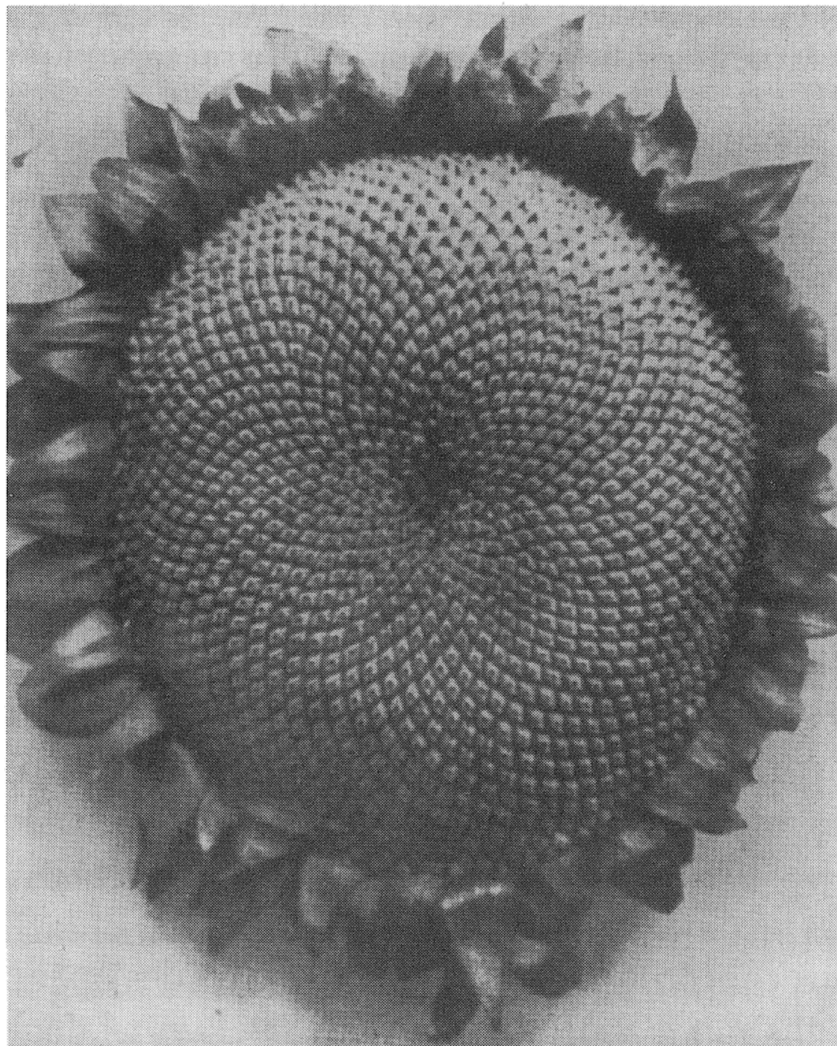


Figure 4 : Fleur de tournesol. Malgré la présence d'irrégularités, on distingue 34 spirales tournant dans un sens, 55 dans l'autre. Pour les pommes de pin, on trouve respectivement 3 et 5 spirales, ou 5 et 8 pour les plus grosses. L'apparition de tels nombres a été récemment expliquée grâce à un modèle mathématique de la croissance (*Microcosmos*, J. Burgess *et al.*, tous droits réservés).

Enfin, les propriétés géométriques associées à l'existence de telle ou telle symétrie ont souvent des implications *physiques*, pas toujours intuitives. Une symétrie peut de la sorte fournir comme nous le verrons des ingrédients théoriques essentiels à la compréhension ou à la prévision de divers phénomènes. Le présent exposé et ceux qui suivent montreront sur des exemples combien la reconnaissance d'une symétrie peut être fructueuse. En ce qui concerne les états de la matière, nos approches théoriques incorporent en fait généralement deux idées de base : on prend d'abord en compte toutes les simplifications apportées par l'existence d'un *ordre* associé à diverses symétries, invariances ou lois de conservation ; pour le reste, le matériau est si complexe à notre échelle macroscopique que le *désordre* qui subsiste est décrit par des méthodes probabilistes. Ces deux idées complémentaires constituent le fondement même de la mécanique statistique, qui vise à expliquer les comportements divers des matériaux à partir de leurs constituants élémentaires. Elles servent de lignes directrices à de nombreux traités, comme celui de R. Balian *Du microscopique au macroscopique* (Ellipses 1982), ou en version anglaise plus détaillée, *From microphysics to macrophysics* (Springer 1990), d'un niveau de grandes écoles ou de second cycle d'université.

## INVARIANCES, GROUPES DE TRANSFORMATIONS ET SYMÉTRIES

La notion de symétrie est liée à celle d'*invariance*. Les lois de la nature sont invariantes sous l'effet de diverses opérations de pensée que l'on imagine effectuées sur le système étudié, ou encore sur le système de coordonnées permettant de décrire celui-ci. Ce sont ces opérations qui vont caractériser la symétrie des lois physiques. De même, la symétrie d'un objet se caractérisera par l'ensemble des transformations qui le laissent invariant.

Nous serons concernés ici principalement par des opérations concernant l'espace. Il s'agit d'abord de la *translation* ; un tel déplacement, qui équivaut à un changement d'origine des coordonnées, est évidemment sans effet sur les lois physiques, à condition que le système ne soit soumis à aucun champ extérieur. Il en est de même pour une *rotation* de l'objet, ou de manière équivalente pour un changement de direction des axes de

coordonnées. Les lois de la physique, tout au moins celles qui interviennent aux échelles atomique ( $10^{10}$  m) ou macroscopique, sont également invariantes par *parité*, c'est-à-dire dans une symétrie par rapport à un point ou un plan ; à l'inverse des opérations précédentes, celle-ci, remplacement d'un objet par son image dans un miroir, n'est pas physiquement réalisable mais correspond à une transformation de pensée, de nature mathématique, qui laisse inchangées les équations. (Seules les interactions faibles, qui régissent la radioactivité  $\beta$  et n'ont d'incidence qu'à l'échelle nucléaire de  $10^{-15}$  m, ne sont pas invariantes par parité.)

D'autres opérations qui laissent les lois de la physique invariantes font intervenir le *temps* : changement d'origine du temps ; transformations de Galilée ou de Lorentz mélangeant les coordonnées d'espace et de temps, pour lesquelles le nouveau repère de coordonnées est en déplacement de translation uniforme par rapport à l'ancien ; renversement du temps (voir « La flèche du temps » dans la même collection). La physique subatomique fait également un usage systématique d'opérations plus abstraites, qui transforment les *particules* les unes en les autres tout en laissant invariantes les interactions fondamentales. Les considérations ci-dessous, illustrées par l'exemple des symétries des états de la matière, s'appliquent plus généralement aux autres symétries.

Dans tous les cas, les transformations considérées, celles qui laissent une loi ou un objet invariant, forment un *groupe*. Cette notion mathématique signifie que parmi les opérations de la famille, chacune possède une inverse, et que deux opérations successives équivalent encore à une opération du groupe, leur produit. Par exemple, la parité est à elle-même son propre inverse, et le produit de deux parités équivaut à l'opération identité, qui fait évidemment partie du groupe d'invariances. En ce qui concerne les opérations dans l'espace, celles qui laissent invariantes les lois de la physique forment le groupe des *isométries*, transformations qui ne modifient pas les distances. Ce groupe est engendré par les déplacements (c'est-à-dire les translations et rotations) et par les symétries, et il comprend aussi leurs produits, par exemple les déplacements hélicoïdaux. Poincaré est l'un des premiers à avoir souligné avec force la structure de groupe des opérations d'invariance.

En définitive, la symétrie des lois physiques est donc définie comme le groupe des transformations qui les laissent invariantes.

## BRISURES SPONTANÉES DE SYMÉTRIE

Nous passons maintenant à l'examen des symétries des états de la matière. Il importe pour cela de bien distinguer la symétrie des *lois* de celle du *système* physique qu'elles régissent.

La situation la plus simple est celle où ces symétries coïncident. Une telle situation se présente pour les gaz et liquides simples, états de la matière à température suffisamment élevée et pression suffisamment basse. Afin que notre analyse prenne en compte seulement les propriétés du matériau, nous ferons abstraction de la forme de l'échantillon en imaginant qu'il occupe tout l'espace. Dans ces conditions, un fluide simple possède exactement la même symétrie, c'est-à-dire les mêmes invariances par isométries que les lois physiques. Cet état est en particulier invariant par translation (homogène) et par rotation (isotrope). Il est également invariant par parité ; on dit qu'il est non chiral. Le mot *chiral*, qui désigne le mot *main* en grec, caractérise les objets distincts de leur image dans un miroir, comme nos deux mains. Les états gazeux et liquide possèdent ainsi les symétries maximales, les mêmes que celles des lois fondamentales.

Cependant, à plus basse température, la solidification du matériau fait apparaître un état cristallin où la *symétrie est plus faible*. En particulier, la forme extérieure d'un cristal reflète une anisotropie de ses propriétés. Il ne reste invariant que sous l'effet de *certaines* rotations, alors que la phase liquide était invariante pour n'importe quelle rotation, et que les lois physiques le sont aussi, bien entendu, en toute circonstance. On dit que l'invariance par rotation s'est *spontanément brisée* : des directions privilégiées sont apparues.

Plus généralement, une symétrie est spontanément brisée lorsqu'un *objet* présente une symétrie moindre que les *lois* qui le gouvernent, ou lorsqu'un *phénomène* n'a pas toutes les invariances des *causes* qui le



produisent. Par exemple, les lois de la chimie sont invariantes par parité, mais il existe des molécules qui diffèrent de leur image dans un miroir, comme l'alanine (cet acide aminé est constitué de 4 radicaux différents,  $-\text{COOH}$ ,  $-\text{NH}_2$ ,  $-\text{H}$ ,  $-\text{CH}_3$ , placés aux sommets d'un tétraèdre et liés à un atome de C situé au centre de ce tétraèdre). En statique, la symétrie d'un état d'équilibre est souvent brisée lorsque cet état est instable. Ainsi une poutre à section carrée flottant à la surface de l'eau a une face émergée horizontale lorsque sa densité est comprise entre 0,79 et 1 ; le plan vertical passant par l'axe de la poutre est alors un plan de symétrie. Mais, pour une densité comprise entre 0,72 et 0,79, cette symétrie est brisée : dans les positions d'équilibre stable, la poutre a tourné autour de son axe, et sa section carrée est inclinée par rapport à l'horizontale. La position symétrique correspondrait alors à un équilibre instable. (Si la densité est comprise entre 0,5 et 0,72, on retrouve à nouveau une symétrie, mais par rapport à un plan vertical passant par deux arêtes opposées.)

## BRISURES SPONTANÉES ET BRISURES INDUITES

Le remarquable phénomène de brisure spontanée d'invariance (ou de symétrie) doit être comparé à une brisure induite par une *action extérieure*. Si par exemple un liquide est soumis à un champ de pesanteur, il n'est pas tout à fait homogène et isotrope, puisque sa pression dépend de l'altitude. Les invariances par translation et rotation sont encore brisées ; mais ici cette violation ne fait que refléter celle qui existe dans les lois physiques elles-mêmes, puisqu'une direction privilégiée est imposée par le champ de gravitation appliqué.

Une telle brisure *induite* de symétrie *disparaît* si l'on supprime l'action extérieure dissymétrique qui la causait. Ainsi, dans un avion en chute libre ou un satellite où l'on réalise une microgravité, la pression d'un liquide s'uniformise, et les invariances par translation dans la direction verticale et par rotation, qui avaient été brisées par la pesanteur, sont restaurées.

Au contraire, la brisure d'invariance par rotation qui accompagne le phénomène de cristallisation se produit même en l'absence de toute action

extérieure : les directions privilégiées qui caractérisent l'orientation du cristal apparaissent *spontanément*. Certes, en pratique, le matériau n'est pas entièrement isolé du monde extérieur. Il est nécessaire pour le cristalliser de le refroidir au-dessous de sa température de solidification, à l'aide d'un thermostat qui impose à l'échantillon sa température. Mais il s'agit là d'un environnement parfaitement isotrope, qui ne peut donc être la cause du choix d'orientation du cristal. D'autre part, des anisotropies dans l'environnement peuvent servir de germes pour favoriser la croissance cristalline dans telle ou telle direction déterminée ; on contrôle de la sorte dans l'industrie l'élaboration des cristaux de silicium servant à fabriquer des composants électroniques.

Mais ici la suppression des sources extérieures d'anisotropie n'empêche pas, lors de la solidification, l'apparition de directions privilégiées par production de cristaux dont chacun a une orientation bien définie. Cette dernière peut résulter d'infimes irrégularités incontrôlables, ou même de fluctuations statistiques inévitables dues à l'agitation thermique à l'échelle atomique. Contrairement à ce qui se passe pour une brisure induite, des causes dont la *dissymétrie est évanescence* ou même des causes parfaitement symétriques peuvent produire des *effets macroscopiques* de dissymétrie. Ceci confère à la brisure spontanée d'invariance un caractère aléatoire, étant donné que dans un environnement aussi homogène et isotope que nous sachions le réaliser, il nous est impossible de prévoir dans quelle direction l'invariance par rotation va être brisée.

Ces propriétés se retrouvent dans d'autres types d'invariance brisée. Dans l'exemple ci-dessus de l'équilibre hydrostatique d'une poutre flottante, lorsque la symétrie n'est pas spontanément brisée (densité supérieure à 0,79), une petite perturbation peut provoquer une inclinaison d'un côté ou de l'autre ; mais cette brisure induite disparaît avec la perturbation. Au contraire, en cas de brisure spontanée (densité comprise entre 0,72 et 0,79), une perturbation infinitésimale suffit à faire basculer la poutre de la position symétrique instable vers une position inclinée stable ; l'angle d'inclinaison a une valeur finie, même lorsque la perturbation disparaît.

## BRISURE DE SYMÉTRIE ET ORDRE

On notera que la *diminution des symétries* qui accompagne la cristallisation lors du refroidissement d'un matériau correspond à une croissance de l'ordre. Un liquide reste par exemple invariant si on en prend le symétrique par rapport à n'importe quel plan. Un cristal, lui, a une symétrie moindre puisqu'il ne reste invariant que dans des opérations de symétrie par rapport à certains plans ayant des orientations bien définies. La phase cristalline est donc moins symétrique mais plus ordonnée que la phase liquide. L'augmentation de l'ordre est mesurée par la baisse d'entropie qui accompagne la cristallisation, et qui est égale au rapport de la chaleur latente de fusion à la température absolue.

Un nouvel exemple de symétrie spontanément brisée, celui du *ferromagnétisme*, va nous permettre d'introduire la notion de *paramètre d'ordre*, grandeur qui caractérise l'apparition d'une phase ordonnée de basse température. Lorsqu'un matériau, comme le fer, contient à l'échelle atomique des moments magnétiques, que l'on peut visualiser comme de petits vecteurs, ceux-ci sont désordonnés à température suffisamment élevée, pointant dans toutes les directions. Il y a invariance par rotation : l'aimantation est nulle. En présence d'un champ magnétique appliqué, le matériau s'aimante parallèlement à celui-ci ; il s'agit ici encore d'une brisure induite d'invariance, qui disparaît avec le champ. Cependant l'interaction entre moments élémentaires tend à les orienter parallèlement les uns aux autres. Au-dessous d'une certaine température  $T_C$  dite de Curie ( $T_C = 770$  °C pour le fer), il apparaît spontanément une direction privilégiée dans laquelle les moments magnétiques pointent de préférence, afin de pouvoir être parallèles entre eux dans la mesure où le permet l'agitation thermique. En l'absence de tout champ magnétique appliqué, l'aimantation, qui était nulle au-dessus de  $T_C$ , devient spontanément finie au-dessous de  $T_C$ . À température nulle, tous les moments élémentaires pointent dans la même direction, ce qui rend minimale l'énergie d'interaction magnétique (on néglige ici pour simplifier les interactions magnétiques à longue portée). L'aimantation prend alors sa valeur maximale. Le rapport entre l'aimantation spontanée et cette valeur maximale caractérise l'importance de l'ordre ; il constitue le paramètre d'ordre pour la transition ferromagnétique

considérée. Nul au-dessus de  $T_C$ , il croît de 0 à 1 lorsque la température décroît de  $T_C$  à 0. La considération du paramètre d'ordre joue un rôle essentiel dans la théorie des transitions de phase.

## PHASES CHIRALES

Une opération arbitraire du groupe des isométries effectuée sur une phase complètement désordonnée, vapeur ou liquide, ne change rien. Mais l'existence d'une brisure spontanée de symétrie dans un cristal implique que cette opération ne le laisse en général pas inchangé, mais donne naissance à une nouvelle configuration ayant exactement les mêmes propriétés que la première. Cette remarque est banale si l'opération est un simple déplacement : translater ou faire tourner un cristal ne modifie pas ses propriétés. Elle l'est moins pour un cristal *chiral* comme le quartz (Fig. 5), où c'est l'invariance *discrète* par parité qui a été brisée. Elle implique en effet qu'il existe *deux types de cristaux* de quartz, images l'une de l'autre dans un

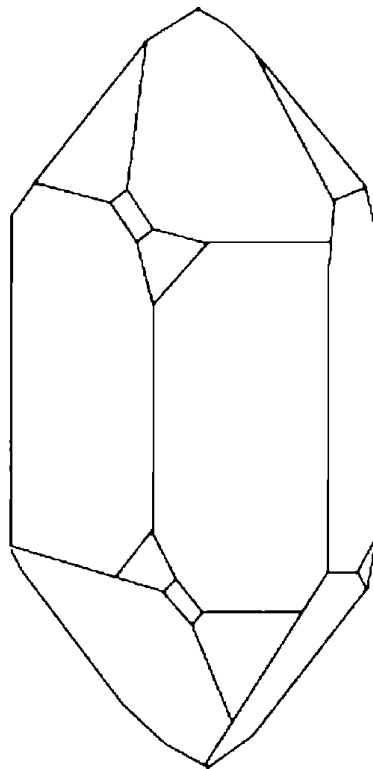


Figure 5 : Cristal de quartz. La présence de petites facettes signale que le cristal ne possède pas de centre ni de plan de symétrie : de même qu'un tire-bouchon, il diffère de son image dans un miroir. Ses symétries comprennent seulement les invariances par rotation de  $\pm 120^\circ$  autour de l'axe vertical, et par la rotation de  $180^\circ$  autour de 6 axes horizontaux joignant les milieux des arêtes verticales.

miroir, donc que le quartz présente *deux phases* distinctes pouvant coexister dans les mêmes conditions de pression et de température. De fait, en raison de l'invariance par parité des lois de la nature, les deux formes de quartz ont autant de chances de se produire l'une que l'autre lors du phénomène de cristallisation ; c'est bien ce que l'on observe dans les gisements de quartz, qui contiennent autant de cristaux des deux espèces. L'invariance des lois physiques par parité implique aussi que les propriétés des deux quartz sont rigoureusement les mêmes lorsqu'on les place dans un environnement symétrique. Cependant, lorsqu'on envoie sur un cristal un faisceau de lumière polarisée, le plan de polarisation de celle-ci tourne dans un sens ou dans l'autre selon la chiralité du cristal : les deux expériences se déduisent l'une de l'autre par parité.

Ce sont des considérations du même genre qui ont guidé Pasteur en 1848 lors de ses expériences sur l'acide tartrique. Il avait constaté que, comme pour le quartz, cet acide est produit sous *deux* formes cristallines chirales, symétriques l'une de l'autre, en proportions égales si on procède par voie physico-chimique ; mais il avait observé que la voie biologique ne conduit qu'à *l'une* des deux formes chirales, dite droite. Après avoir trié les deux types de cristaux et les avoir dissous dans l'eau, il établit que les deux solutions ont des pouvoirs rotatoires opposés sur la lumière polarisée (on trouve là un liquide chiral, contrairement aux fluides simples). Il en infère que les molécules d'acide tartrique, dont on ne connaissait à l'époque que la formule chimique brute, devaient avoir une configuration chirale de l'un ou l'autre type. Pour ce corps, la chiralité des solutions ou des cristaux est une conséquence de la *chiralité des molécules*. Pour le quartz, la molécule  $\text{SiO}_2$  est planaire, donc invariante par parité ; la chiralité n'apparaît dans les cristaux que parce que les molécules s'y *arrangent* les unes à la suite des autres en formant des structures en tire-bouchons droits ou gauches.

Comme nous l'avons vu pour l'acide tartrique et pour l'alanine, la plupart des molécules biologiques sont chirales, et, ce qui est remarquable, n'existent dans les êtres vivants que sous *l'une seulement des deux formes* possibles. Cette chiralité de la vie, à l'échelle moléculaire correspond à une brisure spontanée de l'invariance par parité, mais toujours dans le même sens ; ce qui traduit l'unité du monde vivant. L'asymétrie des molécules

biologiques a une *origine historique*, où ont joué les processus de sélection, d'interaction et de reproduction. La coexistence sur terre de deux populations symétriques l'une de l'autre, vivant sur le même substrat non chiral et n'ayant aucune possibilité d'interaction mutuelle, est impossible, sauf peut-être lors des origines de la vie, car il s'agirait d'une situation instable.

## CLASSIFICATION DES SYMÉTRIES

De même que les transformations qui laissent les lois physiques invariantes, celles qui laissent un objet ou un état de la matière invariant *forment un groupe*. Lorsque la symétrie n'est pas brisée, ce groupe est celui des lois physiques, c'est-à-dire l'ensemble des isométries. Lorsqu'une phase présente une symétrie brisée, le groupe qui caractérise ses symétries résiduelles est un certain *sous-groupe* du groupe des isométries.

Dans l'exemple du magnétisme, si on laisse de côté les translations et la parité, le groupe de symétrie de la phase isotrope de haute température est celui de *toutes les rotations*. Au-dessous de  $T_C$ , la phase ferromagnétique n'est plus invariante que sous l'effet de rotations particulières, celles dont l'axe coïncide avec la direction de l'aimantation spontanée. Ces rotations *d'axe donné* constituent un *sous-groupe* du groupe des rotations et caractérisent la symétrie de l'état ferromagnétique considéré.

Plus généralement, un moyen puissant pour caractériser un état de la matière consiste à *identifier son groupe* d'invariances. En ce qui concerne les cristaux, une caractéristique générale de leur structure est l'existence d'un *réseau régulier* : le cristal reste invariant sous l'effet de trois translations, dans des directions différentes, qui amènent chaque atome sur un atome voisin semblable. L'amplitude de ces trois translations élémentaires caractérise la maille du réseau. Elle est habituellement de quelques angströms, en sorte qu'un cristal manifeste un ordre considérable : ainsi, dans chacune des trois directions, 3,5 millions d'atomes sont rangés avec une régularité presque parfaite dans un cristal cubique de sel de 1 mm de côté. D'autres opérations que ces translations laissent aussi un cristal invariant ; il s'agit de rotations, de symétries, ou de combinaisons de ces opérations

entre elles et avec les translations. Par exemple, le quartz possède un axe ternaire et six axes binaires qui lui sont perpendiculaires (Fig. 5) ; un cristal de sel a toutes les symétries d'un empilement de cubes, avec des centres et plans de symétrie, des axes binaires, quaternaires et ternaires (autour des diagonales). Le fait que ces opérations d'invariance forment un groupe permet, par utilisation de méthodes mathématiques, de dénombrer tous les groupes cristallins distincts. On en trouve 230, et il est remarquable qu'ils soient tous représentés dans la nature. Ils constituent la base de la *cristallographie*, classification des cristaux.

## TRANSITIONS DE PHASE

Au fait que les groupes de symétrie diffèrent pour une phase fluide et pour une phase cristalline d'un même corps correspond le *caractère brusque* de la transition de phase. À une température bien définie, on passe de façon discontinue d'un état à l'autre, et les propriétés de chacun ne peuvent se prolonger analytiquement de l'un vers l'autre. Ceci résulte directement de la *différence qualitative* qu'implique le changement des symétries. En fait, de nombreux matériaux ont, en fonction de la pression et de la température (eau, carbone), *plusieurs phases cristallines*, qui se distinguent qualitativement par leurs groupes cristallographiques. Ceci induit encore des transitions brutales et des propriétés physiques différentes entre phases solides. La dureté, les conductivités électrique et calorifique, la transparence du graphite et du diamant s'opposent ainsi, en même temps que leurs symétries ; toutes ces propriétés découlent en fait d'une organisation différente des atomes dans l'espace.

## MÉSOPHASES

La brisure spontanée des invariances par translation, rotation et parité ne mène pas toujours des états complètement désordonnés de haute température vers des états cristallins comportant un réseau régulier. Certains matériaux peuvent passer par des phases ayant des symétries intermédiaires, ou mésophases. C'est le cas des *cristaux liquides*. Par exemple, un *nématique* reste comme un liquide invariant sous l'effet d'une translation, mais

il possède une direction privilégiée, qui traduit à notre échelle l'orientation des molécules allongées constituant ce matériau. Lors de la transition liquide normal–nématique, il apparaît ainsi une anisotropie. Un autre exemple d'états de la matière intermédiaires entre liquides et cristaux, les *smectiques*, se présente dans des savons ou dans des parties de muscles. De tels matériaux ont une structure lamellaire, périodique dans une direction (mais pas dans les trois directions comme les cristaux), tout en restant désordonnés dans les plans des lamelles.

Une autre forme de phases solides a été découverte en 1984 dans certains alliages. Il s'agit des *quasi-cristaux*, qui sont anisotropes comme les cristaux, mais ne contiennent pas de réseau périodique régulier (Fig. 6). Ils n'ont donc aucune invariance, mais manifestent un ordre particulier. Alors que seuls sont permis dans un cristal des axes correspondant à des rotations de  $180^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$  ou  $60^\circ$ , on peut observer par exemple des motifs pentagonaux dans les quasi-cristaux.

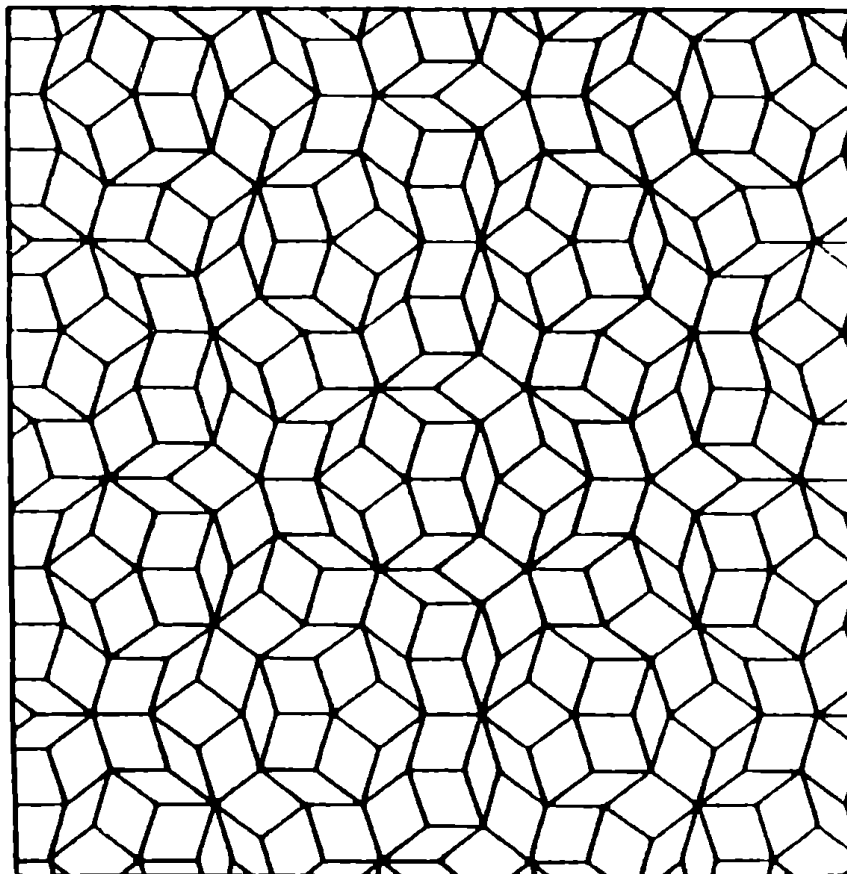


Figure 6 : Un pavage plan ayant des propriétés analogues à un quasi-cristal : directions privilégiées, répétitions de motifs, mais absence d'invariance par translation.



## CONSÉQUENCES THÉORIQUES DES SYMÉTRIES

Exploiter les symétries des lois physiques et celles des états de la matière fournit à bon compte des informations précieuses. Il s'agit là d'un outil théorique puissant, dont l'importance a été reconnue par Pierre Curie en 1894. Un exemple célèbre est celui de la *piézoélectricité*, propriété qu'ont certains cristaux comme le quartz de produire un champ électrique lorsqu'ils sont comprimés dans certaines directions. Une application bien connue en horlogerie est la régulation des montres. Considérons une lame découpée dans un cristal de quartz, qui peut vibrer dans la direction perpendiculaire à cette lame ; l'oscillation se produit à une fréquence bien déterminée caractérisée par l'épaisseur de l'échantillon. Un circuit électrique oscillant comportant deux électrodes de part et d'autre de la lame est couplé aux oscillations de celles-ci grâce à l'effet piézoélectrique. À leur tour, les oscillations électriques ainsi synchronisées fournissent la base de temps qui pilote l'affichage de la montre à quartz.

Pierre Curie a répondu à la question : « Pour quels types de symétries cristallines peut-on espérer observer un effet piézoélectrique ? ». Il note d'abord qu'une symétrie par rapport au centre de la lame ne modifie ni les caractéristiques géométriques ni les pressions, mais change le sens du champ électrique. Si donc le cristal est lui-même symétrique dans cette opération, il ne peut donner naissance à un champ électrique, puisque ce champ devrait être égal à son opposé. Par suite, seuls des cristaux chiraux comme le quartz peuvent être piézoélectriques.

Comme autre exemple d'application du *principe de symétrie* de Curie, citons les *propriétés optiques* des cristaux. Ceux-ci sont anisotropes, et l'indice dépend de la direction de propagation de la lumière. On montre plus précisément que l'indice n'est pas un simple nombre, mais un *tenseur*, être mathématique que l'on peut visualiser comme un ellipsoïde. L'anisotropie des propriétés optiques est ainsi caractérisée par les directions et les longueurs des trois axes principaux de cet ellipsoïde. Celui-ci doit avoir au moins les propriétés de symétrie du cristal. En particulier, pour un cristal cubique comme le sel, l'ellipsoïde associé à la propagation lumineuse doit rester invariant lorsqu'on le soumet à toutes les opérations de symétrie du cube. Ceci implique que ses trois axes ont même longueur, de sorte qu'il

se réduit à une sphère. L'isotropie de celle-ci signifie en définitive que la lumière se propage de manière isotrope dans les cristaux cubiques, malgré la présence de directions privilégiées dans ces cristaux. Un seul nombre, le rayon de la sphère qui représente l'indice du milieu, caractérise alors la propagation, exactement comme dans un liquide. Le même raisonnement s'applique aussi aux propriétés d'*élasticité*.

Comme le montrent ces exemples, la symétrie permet de prévoir ou d'expliquer diverses propriétés *qualitatives* des états de la matière. De plus, les renseignements ainsi obtenus aident à simplifier considérablement les approches *quantitatives*, tant expérimentales que théoriques. Ainsi, pour connaître les propriétés optiques ou élastiques d'un cristal cubique, il suffit de déterminer un nombre (alors qu'il en faudrait 6 si le cristal n'avait pas de symétrie).

## DÉFAUTS

Afin de définir la symétrie d'un état de la matière, nous avons idéalisé celui-ci, en admettant que le matériau occupait tout l'espace et que les invariances étaient rigoureuses. Dans la réalité, la symétrie ne peut être parfaite.

D'une part, le corps est limité par des interfaces, et les propriétés de celles-ci sont liées à la symétrie du matériau sous-jacent. C'est ainsi que les cristaux ont en général à l'échelle macroscopique des faces planes dont l'orientation reflète l'existence à l'échelle microscopique d'un réseau régulier d'atomes.

D'autre part, il existe en général au sein d'un cristal des défauts. Ceux-ci peuvent avoir 0, 1 ou 2 dimensions, c'est-à-dire former des points, des lignes ou des parois, entre lesquels le matériau est ordonné. Les plus intéressants et les plus courants sont les défauts dits topologiques. Ce sont ceux qui nécessitent, pour être créés ou détruits, soit de petits déplacements d'un très grand nombre d'atomes, soit un déplacement macroscopique de peu d'atomes. De ce fait, ils sont *structurellement stables* : ils se comportent comme des entités pouvant se déformer, se déplacer de proche en proche mais se conservant jusqu'à ce qu'elles atteignent un bord de l'échantillon,

ou qu'elles disparaissent éventuellement en rencontrant un défaut complémentaire. Par exemple, il peut exister deux types de défauts topologiques ponctuels dans les cristaux, les *lacunes* (Fig. 7), pour lesquelles il manque un atome dans le réseau, et les *intersticiels* (Fig. 8), pour lesquels un atome est en excédent dans un interstice du réseau. Celui-ci est légèrement déformé au voisinage du défaut, mais sa symétrie reste localement préservée ailleurs. Un déplacement d'atomes de proche en proche permet de déplacer, comme dans un jeu de taquin, une lacune ou un intersticiel. Afin de supprimer une lacune et retrouver un réseau régulier, il faut que cette lacune atteigne par ce mécanisme la surface du cristal, ou bien rencontre un intersticiel.

La figure 9 schématise un autre type de défaut topologique dans un cristal, cette fois linéaire, une *dislocation* en coin ; en faisant un circuit autour de celle-ci, qui forme une ligne perpendiculaire au plan de figure, on rencontre localement un réseau régulier, mais on ne revient pas à son point de départ si on se déplace de  $n$  mailles, d'abord vers la droite, puis vers le

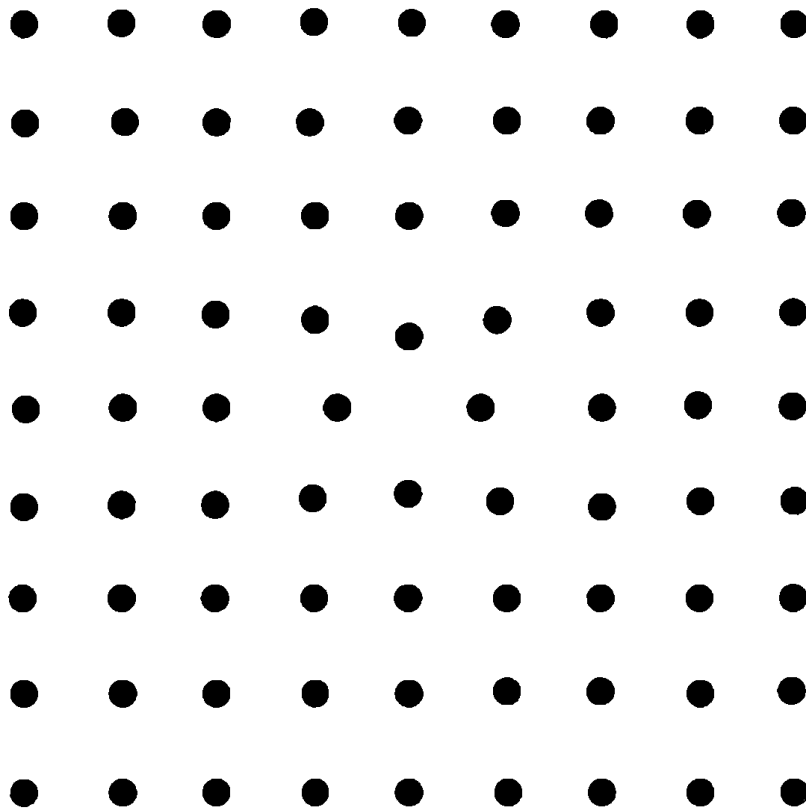


Figure 7 : Schéma d'une lacune. Les atomes sont disposés sur un réseau cubique. La figure représente le plan réticulaire où il en manque un. Les plans qui seraient situés au-dessus et au-dessous comportent des réseaux réguliers complets d'atomes. Dans la réalité, les atomes voisins de la lacune sont légèrement déplacés en direction de celle-ci afin de rendre minimale l'énergie d'interaction.

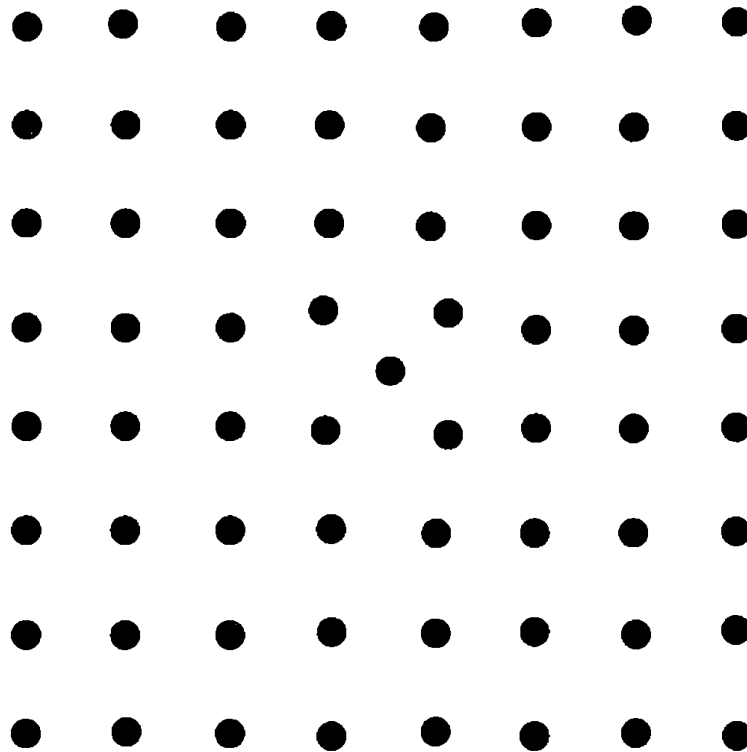


Figure 8 : Schéma d'un défaut interstitiel. Les remarques de la figure 6 s'appliquent encore, mais ici les atomes voisins de celui qui est en excédent tendent à s'en éloigner.

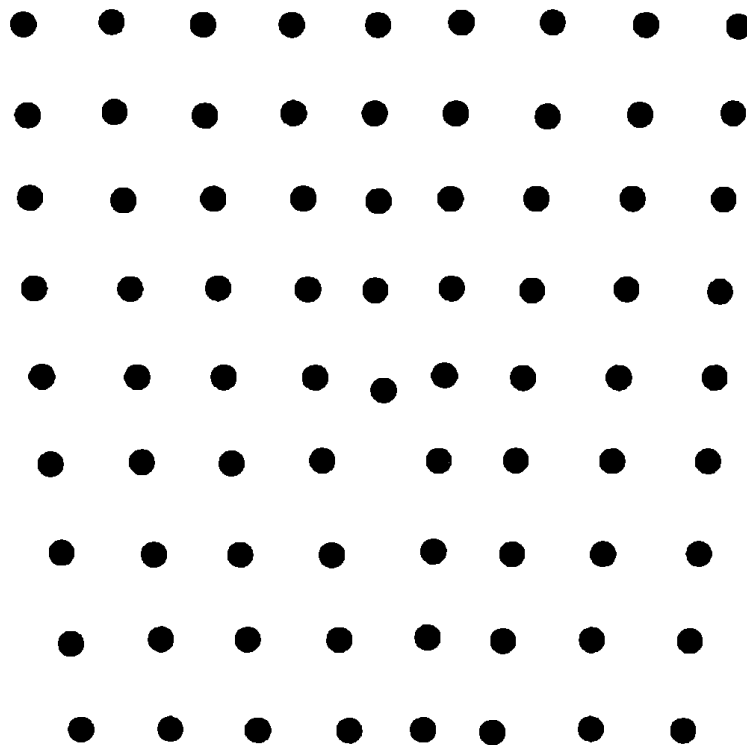


Figure 9 : Schéma d'une dislocation en coin. Tous les plans réticulaires parallèles à celui qui est représenté ici sont identiques. Le réseau n'est distordu qu'au voisinage de la ligne de dislocation, perpendiculaire au plan de figure.

bas, puis vers la gauche, enfin vers le haut. Les réseaux cristallins sont extrêmement rigides, et la déformation des cristaux est régie par le déplacement de leurs dislocations.

Il existe une grande variété de défauts topologiques. Leur existence, leur nature et leurs propriétés dépendent des symétries du matériau, et leur étude utilise des développements mathématiques élaborés de la théorie des groupes. Celle-ci sert en particulier de fondement à la *classification des défauts* topologiques, dont les divers types dépendent de la symétrie du matériau et de la dimension des défauts.

## INVARIANCES ET LOIS DE CONSERVATION

Les notions de symétrie et d'invariance, de nature *géométrique*, ont des implications *dynamiques* importantes, en particulier en physique des particules et en gravitation. Dans le domaine qui nous concerne ici, nous nous contenterons de citer deux théorèmes. Le premier, ou théorème de Noether, associe à chaque propriété (géométrique) d'*invariance* une loi (dynamique) de *conservation*. Ainsi, l'invariance par translation dans l'espace implique la conservation du moment (ou quantité de mouvement), qui garde au cours du temps la valeur qu'il avait à l'instant initial. L'invariance par rotation implique la conservation du moment cinétique. L'invariance par changement d'origine du temps implique la conservation de l'énergie.

## EXCITATIONS ÉLÉMENTAIRES

La seconde propriété, ou théorème de Goldstone, concerne les états de la matière qui présentent une symétrie continue spontanément brisée. Considérons par exemple un cristal ; il s'y manifeste une brisure de l'invariance par translation. Un déplacement global d'amplitude arbitraire, dans une direction donnée, fournit comme nous l'avons vu un état du cristal différent de l'état originel, mais ayant les mêmes propriétés, en particulier la même énergie. Imaginons maintenant un déplacement modulé graduellement de manière sinusoïdale (Fig. 10), selon une longueur d'onde  $\lambda$  grande devant la maille du cristal : les atomes sont déplacés d'un

vecteur  $a$ , orienté par exemple selon la direction  $y$ , dans les régions où leur abscisse  $x$  est voisine de 0, de  $\lambda$ , de  $2\lambda$ , etc., ils sont déplacés de  $-a$  pour des abscisses voisines de  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/2$ , etc., et ils restent en place pour des abscisses voisines de  $\lambda/4$ ,  $3\lambda/4$ ,  $5\lambda/4$ , etc. La longueur d'onde de la déformation étant grande, les distances entre atomes restent très voisines de la taille de la maille. Localement, le réseau cristallin est très peu distordu, de sorte qu'en l'absence de forces à longue portée, la configuration considérée a une énergie d'interaction entre atomes très voisine de celle du cristal non déformé. Un déplacement en bloc dans la direction  $x$  de cette structure de déformation est associé à des oscillations locales de chaque atome autour de sa position d'équilibre, d'amplitude  $a$ , décalées dans le temps. Les lois du mouvement des atomes permettent de relier la fréquence d'oscillation naturelle à la longueur d'onde  $\lambda$ . Ces indications permettent de comprendre l'existence dans le cristal d'ondes acoustiques dont l'énergie et la fréquence tendent vers 0 à mesure que la longueur d'onde augmente. On appelle ces excitations élémentaires d'un cristal des *phonons*. Il s'agit de *modes de Goldstone*, c'est-à-dire d'oscillations qui tirent leur origine de la brisure de l'invariance par translation.

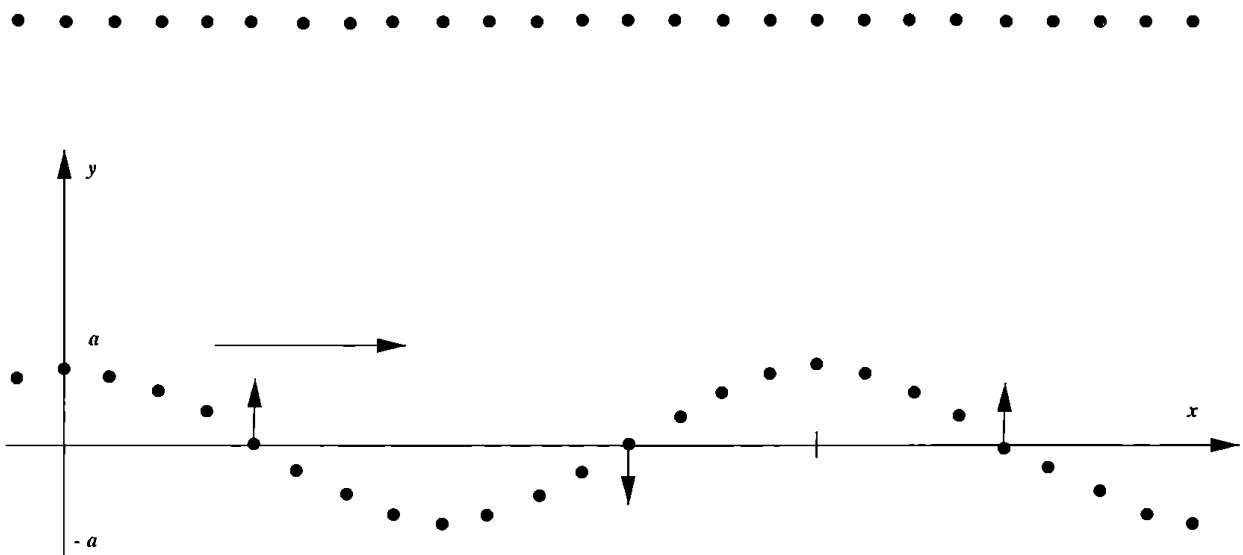


Figure 10 : Une onde sonore dans un cristal. On n'a représenté qu'une rangée d'atomes, dans la direction  $x$  de propagation de l'onde ; les autres rangées sont déformées exactement de la même façon. En haut, le cristal au repos est ordonné parfaitement. En bas, il est légèrement déformé dans une direction  $y$  transverse, mais le réseau atomique reste localement presque régulier. (Les déplacements ont été fortement exagérés sur la figure.) Chaque atome oscille avec l'amplitude  $a$  ; les vitesses de déplacement sont indiquées par des flèches, et la modulation se propage vers la droite.

Plus généralement, on montre que toute *brisure d'invariance continue* implique l'existence d'*excitations élémentaires* dites de Goldstone, d'*énergie infinitésimale* pour de grandes longueurs d'onde. Ainsi, dans un ferromagnétique (idéalisé en négligeant les interactions à longue portée responsables de l'existence de domaines où l'aimantation a des directions différentes), une rotation progressive de l'aimantation le long d'une direction, avec une grande longueur d'onde, est associée à des excitations élémentaires de basse énergie, appelées *magnons*.

## AUTRES DÉVELOPPEMENTS THÉORIQUES

La théorie des groupes de symétrie a non seulement des implications qualitatives sur la physique des états de la matière mais aussi d'importantes implications *quantitatives*. Celles-ci sortent du cadre de cet exposé mais il y sera fait allusion dans les exposés suivants consacrés à la physique subatomique. Signalons simplement que certaines relations *arithmétiques* simples entre diverses propriétés comme les spectres de masse ou d'énergie tirent de là leur origine.

La puissance des méthodes théoriques basées sur la symétrie est telle qu'il peut être utile d'en tirer parti en commençant l'étude de certains phénomènes par une approximation comportant une symétrie artificielle, quitte à revenir par la suite à un modèle plus réaliste. Les propriétés de la transition de phase entre un liquide et un gaz au voisinage du point critique peuvent par exemple être comprises en imaginant, au moins dans un premier temps, que le gaz et le liquide sont deux phases symétriques l'une de l'autre, semblables aux deux formes de quartz.

Pour conclure, nous mentionnerons que des chapitres entiers de physique liés aux symétries sortent encore de notre propos. Leur objet est d'*expliquer* les propriétés de symétrie des édifices que forment les constituants élémentaires selon les conditions physiques telles que température et pression, et que nous observons à l'échelle macroscopique sous forme d'états

de la matière. Il est remarquable que les *mêmes interactions* microscopiques puissent donner naissance à des phases *qualitativement différentes*, que des symétries complexes comme celles des cristaux de neige puissent découler de structures moléculaires aussi simples que celle de l'eau, et que l'on parvienne à harmoniser en une même théorie des symétries qui changent d'une échelle à l'autre.