

SYMÉTRIES DE L'UNIVERS, SYMÉTRIES DANS L'UNIVERS

Marc Lachièze-Rey*

C'est à la tradition pythagoricienne que l'on fait remonter l'idée que l'agencement du monde exprime une harmonie omniprésente. Reprise avec force par Platon, cette idée se retrouve dans toutes les conceptions du monde, jusqu'aux théories les plus récentes de la physique et de la cosmologie. Selon les époques et les auteurs, la notion d'harmonie prend des formes différentes. Elle se rattache à celles de régularité, d'ordre, et surtout de symétrie. Cette dernière, exprimée sous formes mathématique et géométrique, se retrouve aujourd'hui, omniprésente et féconde, dans les visions scientifiques du monde.

Mathématiquement, une symétrie exprime l'invariance de certains objets (fonctions, figures géométriques, opérateurs, ...) vis-à-vis d'une transformation, le plus souvent de nature géométrique. La physique, mathématisée et géométrisée, considère l'invariance d'objets physiques (particules,

*DSM-Dapnia, service d'astrophysique, CEA/Saclay 91191 Gif-sur-Yvette Cedex.

fonctions d'onde, forces, lois, ...) sous des transformations physiques exprimées sous une forme géométrique plus ou moins accentuée et explicitée.

Au sein de la physique, la cosmologie s'intéresse à l'universel, à ce qui concerne l'univers dans son ensemble, et non pas à tels ou tels objets individuels. La notion d'espace, universelle et fondamentale s'applique partout, et c'est essentiellement aux symétries de l'espace que je m'intéresserai ici, de l'échelle microscopique à l'échelle proprement cosmique. J'envisagerai comment ces symétries se prolongent, ou se généralisent à l'espace-temps et au contenu de l'univers.

DE PYTHAGORE À NEWTON

Les pythagoriciens exprimaient l'harmonie du monde par la musique, les rapports et les nombres. À leur suite, Platon introduisit explicitement l'idée d'un cosmos ordonné et harmonieux. Ces premières conceptions du monde sont déjà en partie géométrisées, même si la notion d'espace n'est pas explicitée. Les symétries géométriques des polyèdres réguliers sont par exemple associées aux éléments dont se constitue le monde. Les mouvements célestes se composent de figures parfaitement symétriques, sphères ou cercles, sur lesquels se fonde l'astronomie pendant deux millénaires (sphères d'Eudoxe, épicycles de Ptolémée). L'idée d'un espace physique proprement dit, géométrisé, mettra encore près de deux millénaires à s'imposer. Elle nécessitera de nombreuses étapes :

– L'abandon de la position centrale de la Terre et de son immobilisme (Nicolas de Cues, Nicolas Copernic, Jean Kepler, Galileo Galilei, ...).

– L'abandon de la distinction aristotélicienne entre monde sublunaire et monde supralunaire (Tycho Brahé, Kepler, Galilée, ...), ce qui fonde la notion d'univers.

– Le rejet des mouvements célestes sphériques et circulaires au profit des orbites elliptiques (Kepler), puis leur explication par la loi d'attraction universelle (Isaac Newton).

– La découverte de la profondeur du monde (Thomas Digges, ...) et l'acceptation progressive de l'idée d'infini (Giordano Bruno).

Galilée, puis Newton, ayant assimilé les travaux de ces auteurs, jetteront les bases de la nouvelle physique. Le premier insiste sur le rôle indispensable des mathématiques et de la géométrie pour la science. Le second introduit la première loi universelle, celle de la gravitation. Il fonde la physique en définissant son cadre universel : un espace physique géométrique aux propriétés bien définies.

LES SYMÉTRIES DE L'ESPACE NEWTONIEN

Les symétries du monde sont exprimées à l'époque par la notion nouvelle d'univers, et en particulier d'univers newtonien : pas de centre (principe copernicien), pas de frontière (espace infini), identité des différentes parties de l'espace (homogénéité, principe cosmologique), identité des directions (isotropie, principe cosmologique), pas de différences entre des observateurs se déplaçant à vitesse relative constante (principe de relativité)... L'espace euclidien que Newton introduit pour décrire l'espace physique, est à l'époque le seul type d'espace géométrique connu. Aujourd'hui, il reste le prototype le plus simple d'espace, ce que nous interprétons par le fait qu'il est muni du maximum de symétries possibles.

La géométrie moderne définit une symétrie comme une invariance par rapport à une certaine transformation. Dans l'espace, les transformations géométriques sont par exemple les translations, les rotations, les similitudes, les inversions, etc. Première évidence géométrique : les translations et les rotations ne modifient aucune figure, ni l'espace lui-même. Ceci s'applique du moins à l'espace « ordinaire », dit euclidien, celui que Newton identifie à l'espace physique : il est invariant sous trois « translations de base » correspondant aux trois dimensions de l'espace. Il est invariant également sous trois « rotations de base »¹.

1.— En ce qui concerne les rotations, l'identité des nombres trois n'est qu'une coïncidence : pour un espace à deux dimensions, il n'existe qu'une rotation de base. Pour un espace (ou un espace-temps) à 4 dimensions, il en existe 6.

Ces symétries géométriques jouent de la manière suivante : si l'on fait une expérience en un certain point ; puis que l'on déplace le dispositif (parallèlement) en un autre point, c'est-à-dire selon une translation, on obtient le même résultat (selon la physique newtonienne). Il en est de même si l'on fait tourner tout le dispositif (rotation). Si ce n'était pas le cas, les résultats d'une même expérience changeraient constamment, par exemple en fonction des mouvements de la terre sur elle-même, autour du Soleil, etc. Ces symétries valent pour toutes les expériences de physique que l'on peut concevoir. Cela consacre la validité de la notion d'univers, elle-même fondée sur la symétrie de l'espace, garante de l'universalité des lois physiques et, partant, de la physique elle-même. Au passage, on peut remarquer que la physique newtonienne est aussi invariante vis-à-vis des translations temporelles : ce qui est valable aujourd'hui le restera toujours à n'importe quelle époque.

LES SYMÉTRIES DE L'ESPACE-TEMPS

Malgré leur importance, les symétries de l'espace euclidien sont rarement explicitées. Physique et cosmologie modernes reposent également sur des symétries, étendues, généralisées grâce à de nouveaux développements mathématiques et géométriques. En ce qui concerne la cosmologie, le bouleversement majeur provient de l'adoption des idées issues de la relativité générale (RG). Les notions d'espace et de temps étant fusionnées dans celle d'espace-temps, on parle des symétries spatio-temporelles. Le plus souvent — mais pas toujours — on peut distinguer en leur sein celles qui concernent l'espace et celles qui concernent le temps. Cela permet de comparer les symétries de l'espace avec celles de l'espace newtonien, puis d'examiner s'il existe dans l'espace-temps des symétries additionnelles. La RG énonce que l'espace (à vrai dire l'espace temps) peut être courbe. Cela veut dire qu'il n'a pas, *a priori*, les mêmes symétries que l'espace newtonien. Il peut en avoir moins. Il peut en avoir autant, mais qualitativement différentes. Elles peuvent s'appliquer différemment. Dans l'espace newtonien, translations et rotations s'appliquent tout à la fois aux échelles microscopiques (celles des particules élémentaires), aux échelles moyennes (les nôtres par exemple) et aux échelles cosmiques (des milliards d'années-lumière).

Aujourd'hui, la physique et la cosmologie relativistes conservent les deux extrêmes mais refusent l'échelle intermédiaire.

Au niveau microscopique, les symétries jouent dans le cadre de la physique quantique essentiellement. Celle-ci est toujours exprimée dans l'espace de la physique newtonienne, dont les symétries restent ainsi valables.

La relativité restreinte (RR) opère dans l'espace-temps. Tout comme la physique newtonienne opérait dans l'espace le plus simple, la RR opère dans l'espace-temps le plus simple, dit de Minkowski, dont la partie spatiale est l'espace de Newton, dont les symétries conservent donc leur validité. D'autres s'appliquent également, qui concernent l'espace-temps et non plus seulement le temps : en particulier, l'invariance de Lorentz est une symétrie par rapport aux rotations dans l'espace-temps. Elle exprime un principe de relativité étendu et modifié par rapport à la formulation de Galilée.

La théorie quantique des champs harmonise les idées quantiques avec la relativité restreinte. Pour cela, elle adapte la physique quantique à l'espace-temps de Minkowski, et lui confère donc toutes les symétries de ce dernier, incluant celles de l'espace newtonien et l'invariance de Lorentz. Par ailleurs, cette théorie introduit également des symétries supplémentaires dont la nature n'est pas purement géométrique et qui concernent plutôt la matière (voir plus loin).

La RG, enfin, énonce explicitement que les propriétés microscopiques de l'espace-temps, aussi compliqué soit-il, restent identiques à celles de l'espace-temps de Minkowski (principe d'équivalence). Physiquement, cela veut dire que cette théorie se confond avec la relativité restreinte à l'échelle infinitésimale. Mathématiquement, cela s'exprime par le fait que l'espace-temps est décrit comme une variété riemannienne, objet géométrique défini comme un « espace-temps » qui conserve « localement » les propriétés de celui de Minkowski, ses symétries en particulier.

Les choses diffèrent aux échelles intermédiaires, auxquelles règne la gravitation. La physique quantique ignore cette interaction mais la RG en rend

compte, la décrivant comme une modification de l'espace-temps qui en fait disparaître les symétries : la courbure exprime la manière dont les symétries fondamentales de l'espace-temps disparaissent. Selon la RG, le champ gravitationnel est représenté par le tenseur de courbure, objet géométrique qui « brise » certaines symétries fondamentales de l'espace-temps.

SYMÉTRIES DES MODÈLES COSMOLOGIQUES

Aux échelles cosmiques, les modèles cosmologiques explicitent, en conformité avec la RG, les propriétés globales d'invariance de l'espace-temps. Du point de vue astronomique, il faut considérer qu'elles s'appliquent à des échelles gigantesques, supérieures à celles des galaxies et de leurs rassemblements structurés. Pour la plupart des modèles cosmologiques considérés habituellement, l'espace admet trois translations et trois rotations de base, comme l'espace newtonien. L'espace est alors « à symétrie maximale », c'est-à-dire homogène et isotrope. Cette propriété est appelée principe cosmologique.

En ce qui concerne les rotations, la plupart des modèles cosmologiques admettent les mêmes symétries que l'espace euclidien (newtonien), et sont donc isotropes. Elles sont cependant parfois absentes, ou en nombre réduit, auquel cas l'espace n'est pas isotrope.

Pour les invariances par translations, plusieurs cas se distinguent. Ces translations peuvent être les mêmes que celles de l'espace newtonien, auquel cas l'espace physique s'identifie encore à ce dernier : il est « euclidien », de courbure nulle (« plat »). Elles peuvent être aussi d'un type différent : l'espace reste homogène, mais de courbure positive ou négative². Les symétries par translation peuvent également être absentes ou en nombre réduit si l'espace n'est pas homogène. Le cas des modèles où l'espace est « multi-connexe », c'est-à-dire où sa topologie diffère de celle des modèles standard (dits « simplement connexes ») est intermédiaire : l'espace possède « presque » les symétries maximales mais pas tout à fait. Tout ceci définit les propriétés à très grande échelle de l'espace.

2.— Newton ne connaissait pas ces possibilités mathématiques qui relèvent de la géométrie non euclidienne, développée au XIX^e, et sur laquelle se fonde la RG.

Et le temps ?

L'invariance par translation temporelle est admise dans la physique de Newton. Elle est aujourd'hui toujours vérifiée au niveau microscopique, mais apparemment pas au niveau cosmique : l'univers d'aujourd'hui ne ressemble pas à l'univers passé ou futur, à cause de l'expansion cosmique³. Par ailleurs, les transformations de Lorentz (rotations spatio-temporelles) qui mêlent les dimensions d'espace et de temps, vérifiées au niveau microscopique, ne le sont pas au niveau cosmique.

La symétrie par renversement du temps intéresse beaucoup les physiciens et les philosophes. Une rencontre ayant été consacrée à la flèche du temps⁴, c'est-à-dire précisément à certains aspects par lesquels cette symétrie est brisée, je me bornerai à signaler que cette symétrie temporelle n'est apparemment vérifiée ni au niveau microscopique (violation de la symétrie T), ni au niveau cosmique (expansion et big bang). Elle est apparemment liée à la symétrie spatiale correspondant à l'image dans un miroir (ce qui est habituellement appelé symétrie tout court).

Bien d'autres symétries existent en physique, telles celles, non géométriques, qui concernent le contenu de l'univers, encore mal comprises. À ce propos, physique quantique et RG parfois se rejoignent, parfois s'opposent. Ainsi, par exemple, la symétrie entre matière et antimatière ne semble pas vérifiée dans l'univers puisque ce dernier renferme beaucoup plus de matière que d'antimatière⁵.

L'origine de cette dissymétrie cosmique, encore mal comprise, pourrait être recherchée dans la physique microscopique, où elle semble liée aux symétries miroir de l'espace-temps précédemment évoquées. Mais la question est encore mal comprise.

3.— Certains modèles furent proposés où c'était le cas. Ils sont alors dits obéir au « principe cosmologique parfait ». L'idée, très intéressante, était de nature quelque peu « réactionnaire », marquant le refus de ses promoteurs à abandonner le mythe deux fois millénaire d'un univers qui n'évolue pas, toujours identique à lui-même. Les observations ont montré qu'elle n'était pas fondée.

4.— *Le temps et sa flèche*, éd. Frontières, 1994.

5.— En revanche, il semble dépourvu de charge électrique globale (symétrie, par rapport à la transformation d'invariance de charge).

SYMÉTRIES DE JAUGE

D'autres symétries constituent la base de la physique quantique, et en particulier de la théorie quantique des champs, cadre universel et fondamental pour décrire la matière et son comportement. Celle-ci se décrit en termes de théories de jauge, entièrement fondées sur l'idée de symétrie. L'exemple le plus simple est celui de l'électrodynamique quantique (EDQ), qui rend compte de l'électromagnétisme : la matière (ici les électrons) est décrite par un champ quantique qui s'étend dans tout l'espace. On ne peut décrire les électrons (ni aucune particule) comme localisés : le champ quantique associé possède une valeur en chaque point de l'espace.

Les symétries de jauge ne concernent pas l'espace-temps mais s'expriment comme des invariances par rapport à des transformations non géométriques⁶. En ce qui concerne l'électrodynamique quantique, cette transformation consiste à multiplier la valeur du champ quantique (associé aux électrons) par un nombre complexe. Cette symétrie apparemment abstraite et non géométrique est appelée un changement de phase.

La géométrie s'introduit pourtant dans les théories de jauge, par l'intermédiaire de la distinction entre symétrie globale et symétrie locale⁷. La transformation, ici multiplication de la valeur du champ en chaque point de l'espace, est dite globale si elle agit de la même manière en chaque point, locale si elle agit différemment en chaque point.

Ainsi, pour l'EDQ, l'invariance globale vaut pour une multiplication par le même facteur F en chaque point. L'invariance locale (plus contraignante) vaut même lorsque le facteur F varie d'un point à l'autre, c'est-à-dire lorsqu'il devient une fonction de la position.

L'invariance globale est vérifiée au départ pour l'EDQ, et elle correspond à la loi fondamentale de conservation des charges électriques⁸,

6.— Bien que l'on puisse considérer qu'elles relèvent d'une géométrie élargie à des espaces abstraits.

7.— Cette distinction prend son sens parce que la physique quantique est elle-même non locale : comme je l'ai dit, il n'existe pas d'objet localisé ; des électrons, par exemple, sont représentés par un champ quantique qui s'étend dans la totalité de l'espace.

8.— Cette propriété résulte de l'application d'un théorème très général (théorème de Noether).

ce qui illustre l'importance de cette symétrie. Mais, pour le champ associé à des électrons libres, l'invariance locale n'est pas assurée. L'idée fondamentale des théories de jauge consiste à modifier la description quantique de manière à assurer également l'invariance locale. La procédure nécessite d'introduire un champ quantique supplémentaire, d'une nouvelle espèce. Il s'avère qu'il possède exactement les propriétés du champ électromagnétique (c'est-à-dire des photons), si bien qu'il permet de décrire les interactions du même nom. Ce succès révèle l'essence de la théorie de jauge de l'électromagnétisme et de la symétrie sur laquelle elle repose : globale, elle rend compte de la conservation de la charge électrique. Locale, elle rend compte des interactions électromagnétiques. Chaque théorie de jauge est fondée sur une symétrie de jauge particulière, et repose sur la distinction entre versions globale et locale.

LA RELATIVITÉ COMME THÉORIE DE JAUGE ?

La relativité générale, théorie de la gravitation, est présentée différemment : la gravitation est assimilée à une déformation de la structure de l'espace-temps, une courbure. Mais cette dernière exprime un écart aux symétries spatio-temporelles, ce qui ramène aux idées des théories de jauge. Les symétries spatio-temporelles s'appliquent, je l'ai dit, au niveau infinitésimal, comme l'implique la notion de variété. La courbure de cette variété exprime qu'elles ne le sont plus au niveau macroscopique.

J'ai déjà mentionné que l'espace-temps se confond, au niveau microscopique, avec celui de Minkowski⁹, et qu'il est donc invariant (entre autres) sous la transformation de Lorentz. Aux échelles macroscopiques, cette symétrie n'est plus assurée. Mais on peut tenter d'appliquer une procédure analogue à celle des théories de jauge. Partons d'une variété qui n'est pas invariante sous l'effet d'une rotation de Lorentz dont les caractéristiques varient d'un point à l'autre de l'espace-temps. Puis imposons qu'elle le soit. Cela revient à imprimer une structure par l'intermédiaire d'une « connexion » et d'une courbure associée. Et cette courbure est

9.— Homogène et isotrope, il est l'espace tangent à la variété.

précisément celle que la RG associe au champ gravitationnel. L'analogie n'est pas tout à fait exacte¹⁰ mais on voit que la notion de symétrie rapproche les deux théories, souvent considérées comme irréductibles. De fait, toutes les tentatives contemporaines d'unification de la physique exploitent cette analogie et cherchent un ensemble adéquat de symétries qui permettrait de décrire à la fois la gravitation et les propriétés quantiques du monde.

Peut-on élargir les symétries de l'espace-temps ?

Des notions de symétries permettent de décrire la gravitation. D'autres permettent de décrire le monde quantique. Est-il alors possible, en élargissant le cadre, de tout décrire simultanément : la gravitation et l'électromagnétisme, puis les autres interactions ?

Cette question est au centre des recherches en physique contemporaine. Une première catégorie de tentatives, auxquelles on se réfère sous le nom de théories de type « Kaluza-Klein », élargit le cadre de l'espace-temps lui-même en lui conférant une dimension supplémentaire, ce qui élargit aussi le cadre des symétries envisageables. Les théories initiales ne furent pas retenues. Mais l'idée a initié toute une famille de théories modernes comme la supersymétrie et les supercordes.

Une autre tentative, due au mathématicien Hermann Weyl, conserve le cadre d'un espace-temps à 4 dimensions, en y incorporant une symétrie supplémentaire, l'invariance par similitude. Cette symétrie géométrique est un cas particulier de la classe plus vaste des invariances conformes qui jouent un rôle important dans plusieurs domaines de la physique¹¹. Si la théorie de Weyl n'a pas non plus été retenue telle qu'elle, elle a donné, au prix d'un très léger remaniement, l'EDQ mentionnée plus haut. Ainsi la symétrie de jauge de l'EDQ se rapproche énormément de la l'invariance spatiale par similitude. Quelques indices laissent penser que la question mérite d'être développée davantage. On pourrait en effet soutenir que le

10.— Plutôt que de considérer uniquement les transformations de Lorentz, il faudrait envisager un groupe plus large de transformations (groupe des difféomorphismes).

11.— On sait par exemple que l'électromagnétisme est invariant sous cette transformation.

monde ne serait pas changé si toutes les longueurs étaient augmentées d'un même facteur : les unités (de longueur) augmentant elles-mêmes du même facteur, aucun résultat de mesure ne serait modifié, ni aucune loi de la physique¹². La physique pourrait ainsi être invariante par changement d'échelle, ce qui n'est pas pris en compte dans sa formulation actuelle. L'espace lui-même, si l'on fait abstraction de ce qu'il contient, apparaît bien invariant également par dilatation. Toutefois, ce n'est pas le cas au niveau cosmologique puisque l'expansion de l'univers exprime précisément une dilatation spatiale observable. Sera-t-il possible de reformuler la cosmologie de manière à voir les choses différemment ?

VIDE ET CONCLUSION

Laissant cette porte entrouverte, je terminerai en évoquant la notion de vide déjà traitée ailleurs elle aussi¹³, pour laquelle les symétries jouent un rôle déterminant. La définition du vide, et ses propriétés, restent des sujets controversés. Cela tient, au moins partiellement, aux conflits entre les concepts de la physique quantique et de la relativité. Le vide possède néanmoins la propriété fondamentale de vérifier le plus grand nombre de symétries possibles ! Il ne possède pas de charge, ni électrique ni de quelque nature que ce soit. Il est homogène et isotrope, autrement dit invariant dans l'espace.

De manière moins intuitive, il est invariant dans le temps alors que, paradoxalement, l'espace-temps lui-même ne l'est pas à cause de l'expansion¹⁴. Contrairement à une certaine intuition, vide et espace semblent donc se dissocier; mais nous sommes là aux limites de notre compréhension des deux notions. Toujours en cosmologie, la notion de « défauts topologiques » est fondée sur la notion de brisure des symétries spatiales du vide...

12.— Les portées des interactions seraient augmentées du même facteur.

13.— *Le Vide. Univers du Tout et du Rien*, Ed. Complexe et Revue de l'Université de Bruxelles, 1998.

14.— Si l'on considère que le vide puisse jouer un effet dynamique en cosmologie, cette invariance temporelle du vide joue d'une manière particulière. L'« énergie du vide » (dans la mesure où le concept à un sens) ne serait alors soumise à aucune dilution au cours de l'expansion cosmique, contrairement aux autres formes d'énergie. C'est sur cette idée qu'est fondée l'idée d'inflation.

Je n'ai donné qu'un aperçu personnel et limité des symétries qui caractérisent, ou pourraient caractériser, l'univers. J'espère avoir souligné le rôle prépondérant qu'elles jouent dans la physique contemporaine et en cours de construction. Si la physique fait intervenir des symétries en apparence non géométriques, il s'avère que les mathématiques modernes permettent de les géométriser cependant, au prix d'un élargissement de la notion d'espace.

Qu'elle soit ainsi élargie ou modifiée, qu'elle se rapproche ou s'éloigne de la notion de vide, la notion d'espace, indissociablement liée à celle de symétries, semble en tous cas résider au cœur des réflexions les plus modernes sur la nature du monde, comme elle l'a déjà été pendant plus de deux millénaires.