© Hanna Barczyk

L'ESSENTIEL

> L'inégalité en matière de richesse s'accroît à un rythme alarmant dans de nombreux pays, en particulier aux États-Unis.

> Un modèle simple de répartition de la richesse conçu par des physiciens et des mathématiciens rend compte des inégalités de richesse dans un grand nombre de pays avec une précision sans précédent.

> Plusieurs modèles mathématiques du libre marché présentent des comportements analogues à ceux de systèmes physiques complexes tels que les matériaux ferromagnétiques.

L'AUTEUR

BRUCE M. BOGHOSIAN
est professeur de mathématiques à l'université Tufts, aux États-Unis. Il étudie les systèmes dynamiques appliqués et les applications de la théorie des probabilités.

Aux sources mathématiques des inégalités de richesse

Un modèle mathématique simple décrit la répartition de la richesse dans les économies modernes avec une précision sans précédent. De quoi remettre en question quelques idées reçues sur le libre marché.

L'inégalité en matière de richesse s'accroît à un rythme alarmant non seulement aux États-Unis et en Europe, mais aussi dans des pays aussi divers que la Russie, l'Inde et le Brésil. Selon la banque d'investissement Crédit Suisse, la part du patrimoine global des ménages détenue par le 1% le plus riche de la population mondiale est passée de 42,5 à 47,2% entre la crise financière de 2008 et 2018. Pour le dire autrement, en 2010, 388 individus détenaient autant de richesses que la moitié la plus pauvre de la population mondiale, soit environ 3,5 milliards de personnes; aujourd'hui, l'organisation non gouvernementale Oxfam estime ce nombre à 26. Et les statistiques de presque tous les pays qui mesurent la richesse dans leurs enquêtes sur les ménages indiquent qu'elle est de plus en plus concentrée.

Bien que les origines des inégalités de richesse fassent l'objet de vifs débats, une approche élaborée par des physiciens et des mathématiciens, dont mon groupe à l'université Tufts, aux États-Unis, suggère qu'elles se trouvent depuis longtemps sous nos yeux – dans une bizarrerie arithmétique bien connue.

Cette méthode utilise des modèles de répartition de richesse à base d'agents, fondés sur des transactions deux à deux entre agents ou acteurs économiques, dont chacun cherche à optimiser ses propres résultats financiers. Dans le monde moderne, rien ne peut sembler plus juste ou plus naturel que deux personnes >

> qui décident d'échanger des biens, de s'entendre sur un prix et de se serrer la main. En effet, la stabilité apparente d'un système économique résultant de cet équilibre de l'offre et de la demande entre les différents acteurs est considérée comme un sommet de la pensée des Lumières, à tel point que de nombreuses personnes en sont venues à associer le libre marché à la notion même de liberté.

Nos modèles, qui sont déroutants de simplicité et qui reposent sur des transactions volontaires, suggèrent cependant qu'il est temps de réexaminer sérieusement cette idée.

Dans le modèle du vide-grenier, la richesse se concentre inexorablement

En particulier, le « modèle affine de richesse » (nommé ainsi en raison de ses propriétés mathématiques) décrit avec une grande précision la répartition de la richesse entre les ménages dans divers pays développés, tout en révélant une asymétrie subtile qui tend à concentrer la richesse. À notre avis, cette approche purement analytique, qui ressemble à une radiographie en ce sens qu'elle n'est pas tant utilisée pour représenter le désordre du monde réel que pour le dépouiller et en révéler le squelette sous-jacent, permet de mieux comprendre les facteurs qui accroissent aujourd'hui la pauvreté et les inégalités.

INÉLUCTABLE OLIGARCHIE

En 1986, le sociologue et statisticien américain John Angle décrivait pour la première fois les flux de richesses et leur répartition comme le résultat de transactions effectuées par des paires d'agents économiques, qui peuvent être des individus, des ménages, des entreprises, des fonds ou d'autres entités.

Au tournant du siècle, les physiciens Slava Ispolatov, Pavel Krapivsky et Sidney Redner, à l'université de Boston, ainsi qu'Adrian Dragulescu, maintenant au Constellation Energy Group, et Victor Yakovenko, de l'université du Maryland, ont montré que l'on pouvait analyser les modèles de ce type avec les outils de la physique statistique. Il s'avère que dans beaucoup de ces modèles, la richesse se déplace inexorablement d'un agent à l'autre même s'ils sont fondés sur des échanges équitables entre acteurs égaux.

En 2002, Anirban Chakraborti, à l'institut Saha de physique nucléaire de Calcutta, en Inde, a introduit ce qui est devenu le « modèle du vide-grenier », ainsi nommé parce qu'il présente certaines caractéristiques de transactions économiques réelles entre deux individus. Il a également utilisé des simulations numériques pour montrer que dans ce modèle, la richesse se concentre inexorablement dans les mains de quelques-uns et fait émerger une oligarchie (*voir l'encadré page ci-contre*).

Pour comprendre comment cela se produit, supposons que vous soyez invité à jouer à un jeu au casino. Vous devez miser sur la table une certaine somme, disons 100 euros, puis on tire une pièce à pile ou face. Si le résultat est *face*, le casino vous paie 20% de ce que vous avez misé, et vous disposerez alors de 120 euros sur la table. Si le résultat est *pile*, le casino prend 17% de votre mise et il vous restera donc 83 euros. Vous pouvez jouer autant de fois que vous le souhaitez. À chaque fois, vous gagnez 20% de ce qui est sur la table si le tirage donne *face*, et vous en perdez 17% si le tirage donne *pile*. Devriez-vous accepter de jouer à ce jeu ?

Vous pourriez faire deux raisonnements, tous deux plutôt convaincants, pour vous aider à prendre la bonne décision. Vous pouvez penser: « La probabilité de gagner 20 euros est de ½, et la probabilité de perdre 17 euros est de ½. Mon espérance de gain au premier tirage est donc: ½ × (+20 €) + ½ × (−17 €) = 1,50 €.

Cette espérance est positive. En d'autres termes, mes chances de gagner et de perdre sont égales, mais la somme récoltée si je gagne sera supérieure à celle perdue dans le cas contraire. » De ce point de vue, il semble avantageux de jouer à ce jeu.

Ou bien, comme un joueur d'échecs, vous pourriez anticiper plusieurs coups : « Et si je jouais à ce jeu 10 parties successives de pile ou face ? Un résultat vraisemblable est qu'il y aura 5 *pile* et 5 *face*. Or chaque fois qu'un *face* apparaît, ma mise est multipliée par 1,2, tandis que chaque fois que c'est *pile*, ma mise est multipliée par 0,83. Après 5 victoires et 5 défaites, dans n'importe quel ordre, le montant dont je disposerai sur la table sera donc: 1,2 × 1,2 × 1,2 × 1,2 × 1,2 × 0,83 × 0,83 × 0,83 × 0,83 × 0,83 × 100 € = 98,02 €.

Autrement dit, je perdrai environ 2 € de ma mise initiale de 100 €. » Avec un peu plus de calculs, on pourrait voir qu'il faut environ 93 victoires pour compenser 91 pertes. De ce point de vue, il semble désavantageux de jouer à ce jeu.

La contradiction entre les deux arguments présentés ici peut paraître surprenante à première vue, mais elle est bien connue en théorie des probabilités et en finance. Son lien avec les inégalités de richesse l'est toutefois moins.

Pour étendre la métaphore du casino aux mouvements des richesses dans une économie (excessivement simplifiée), imaginons un système de 1000 individus qui s'engagent dans des échanges deux à deux. Supposons que chacun détienne une certaine somme initiale (qui pourrait être exactement la même pour tous). Choisissons deux agents au hasard et demandons-leur d'effectuer des transactions, puis faisons de même avec deux autres agents, et ainsi de suite. En d'autres termes, ce modèle suppose des transactions séquentielles entre des paires d'agents choisies au hasard. Notre plan est d'effectuer des millions ou des milliards de transactions de ce genre dans notre groupe de 1 000 personnes et de voir comment la richesse sera finalement distribuée.

À quoi ressemble une transaction entre deux agents? Comme les gens évitent naturellement d'être ruinés, nous supposons que le montant en jeu, que nous noterons Δw (se prononce «delta w»), ne représente qu'une fraction fixe de la richesse de la personne la plus pauvre, Shauna. De cette façon, même si Shauna perd dans une transaction avec la personne la plus riche, appelons-la Éric, la somme perdue restera toujours inférieure à sa propre fortune totale. Cette hypothèse n'est pas déraisonnable et, en fait, elle tient compte d'une limite que la plupart des gens s'imposent instinctivement dans leur vie économique.

Pour commencer – juste parce que ces chiffres nous sont familiers –, supposons que Δw représente 20% de la richesse w de Shauna si elle gagne, et – 17% de w si elle perd. En fait, notre modèle suppose que les pourcentages de gain et de perte sont égaux, mais cela ne modifie pas le résultat général (cela découle du fait que $(1+a)(1-a) = 1-a^2$, qui est strictement inférieur à 1 pour tout nombre réel a non nul censé représenter la fraction de gain, par exemple 0,2 pour Δw = 20%). De plus, une valeur de Δw supérieure ou inférieure ne fera que déformer l'échelle de temps, de sorte qu'il faudra plus ou moins de transactions avant d'être en mesure de voir le résultat final, lequel restera inchangé.

Puisque notre objectif est de modéliser une économie de marché équitable et stable, commençons par supposer que personne n'a d'avantage d'aucune sorte. Pour déterminer la direction dans laquelle Δw est déplacé, tirons donc simplement à pile ou face. Si c'est *face*, Shauna récolte d'Éric 20% du montant qu'elle détenait; si c'est *pile*, elle doit en donner 17% à Éric. Ensuite, on choisit au hasard une autre paire d'agents parmi les 1 000 et l'on recommence. Faisons-le 1 million ou 1 milliard de fois. Que se passe-t-il?

Si l'on simule cette économie, qui est une variante du modèle de vide-grenier, on obtient un résultat remarquable: après un grand nombre de transactions, l'un des agents finit par devenir un «oligarque» qui détient pratiquement toute la richesse, et les 999 autres se retrouvent avec quasiment rien. Peu importe quelle était la richesse initiale de chacun. Peu importe que tous les tirages à pile ou face aient été ou non absolument équitables. Il importe peu que l'espérance de gain de l'agent le plus pauvre soit positive dans chaque transaction, alors que celle de l'agent le plus riche est négative. N'importe quel agent de cette économie peut devenir l'oligarque – en fait, tous ont la même chance de le devenir si leur richesse initiale est la même. En ce sens, il y a égalité des chances. Mais un seul d'entre eux devient l'oligarque, et tous les autres voient leur richesse moyenne décroître vers zéro à mesure que les transactions se multiplient. Et pour couronner le tout, plus le rang de richesse d'une personne est bas, plus la diminution est rapide.

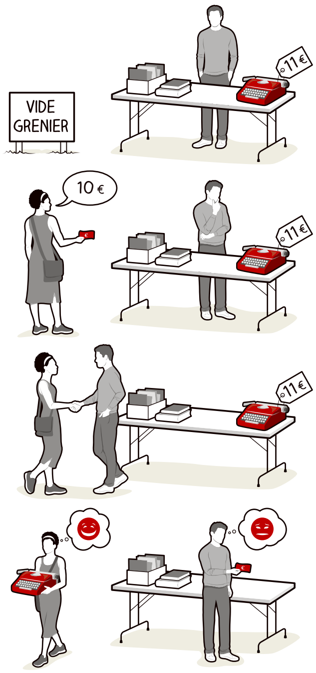
Ce résultat est d'autant plus surprenant qu'il est valable même si tous les agents ont une richesse initiale identique et sont traités de façon symétrique. Les physiciens décrivent les phénomènes de ce type comme des «brisures de symétrie» (*voir l'encadré page 66*). Le tout premier tirage à pile ou face transfère de l'argent d'un agent à l'autre, ce qui crée un déséquilibre entre les deux. Et une fois que l'on a des disparités de richesse, aussi petites soient-elles, les transactions successives enrichiront peu à peu les agents les plus riches au détriment des plus pauvres, amplifiant ainsi les inégalités jusqu'à ce que le système devienne oligarchique.

>

GAGNANTS, PERDANTS

Le modèle du vide-grenier, un modèle simple développé par le physicien Anirban Chakraborti, suppose que la richesse se déplace d'une personne à l'autre lorsque la première commet une « erreur » dans une transaction. Si le montant payé pour un bien est exactement égal à ce que celui-ci vaut, aucune richesse ne change de mains. Mais si une personne paie trop cher ou si l'autre accepte moins que la valeur de l'article, une part de richesse est transférée. Comme personne ne veut risquer d'être ruiné, Anirban Chakraborti a supposé que le montant qui peut potentiellement être perdu est une fraction de la richesse de la personne la plus pauvre. Il a constaté que même si l'on choisit au hasard, par un tirage à pile ou face, le résultat de chaque transaction, la multiplication de ces ventes et achats entraîne inévitablement la concentration de toute la richesse dans les mains d'une seule personne, une situation d'inégalité extrême.

B. B.



© Brown Bird Design

> Si des inégalités sont présentes dès le départ, la richesse de l'agent le plus pauvre diminuera probablement le plus rapidement. Au profit de qui? Elle doit aller à des agents plus riches, puisqu'il n'y a pas d'agents plus pauvres. La situation n'est pas bien meilleure pour le deuxième agent le plus pauvre. À long terme, tous les participants à cette économie, sauf les plus riches, verront leur richesse décroître exponentiellement.

Dans des articles indépendants parus en 2015, mes collègues et moi, à l'université Tufts, et Christophe Chorro, de l'université Panthéon-Sorbonne, à Paris, ont prouvé mathématiquement ce que les simulations d'Anirban Chakraborti avaient découvert, à savoir que le modèle de vide-grenier déplace la richesse inexorablement d'un côté à l'autre.

Cela signifie-t-il que les agents les plus pauvres ne gagnent jamais ou que les agents les

MESURER L'INÉGALITÉ

Au début du xx^e siècle, l'économiste américain Max Lorenz a conçu une méthode utile pour quantifier l'inégalité de richesse au sein d'une population. Il a proposé de tracer la part de richesse détenue par les individus dont la richesse est inférieure à *w* en fonction de la proportion des individus dont la richesse est inférieure à *w*. Comme les deux quantités sont des fractions comprises entre 0 et 1, le graphique s'intègre dans un carré de côté 1. Le double de l'aire comprise entre la courbe de Lorenz et la diagonale est ce qu'on nomme le coefficient de Gini, une mesure couramment utilisée pour mesurer l'inégalité (le coefficient de Gini pour la richesse est à distinguer du coefficient de Gini pour les revenus, que l'on rencontre plus fréquemment dans les données statistiques).

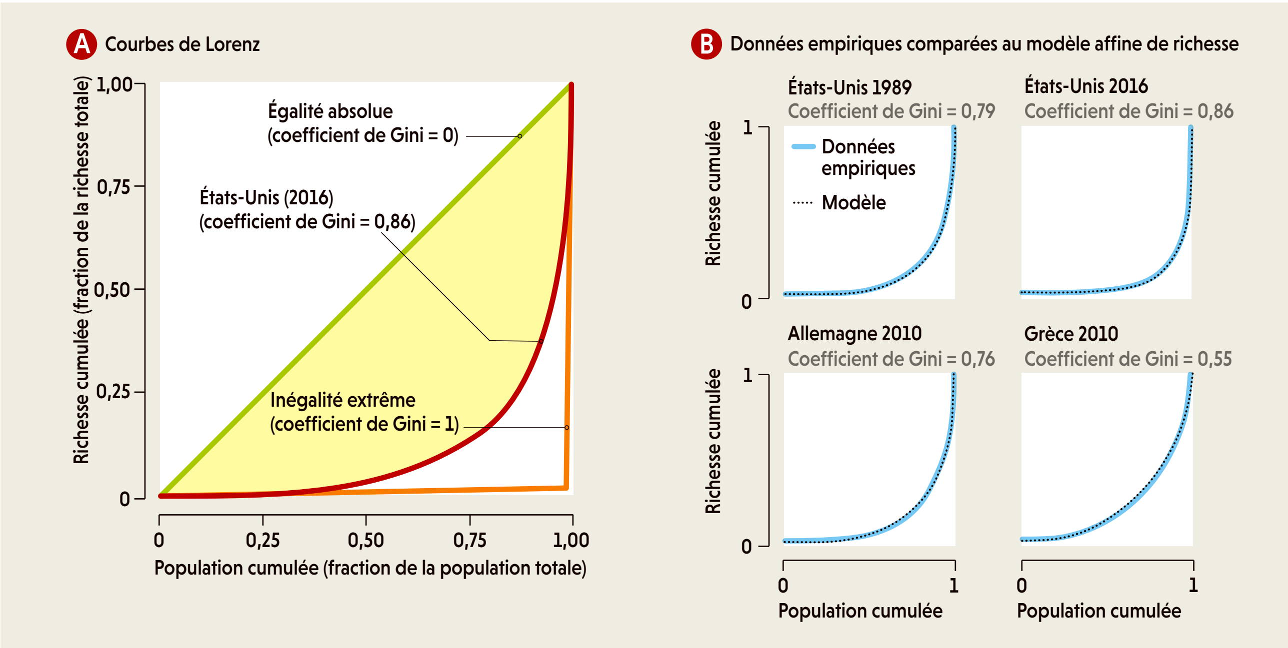
Examinons d'abord le cas égalitaire. Si chaque individu détient exactement la même richesse, toute fraction donnée de la population détient précisément la même fraction de la richesse totale. Par conséquent, la courbe de Lorenz est la diagonale *(en vert dans A)*, et le coefficient de Gini est égal à 0.

En revanche, si un oligarque détient toute la richesse et que tout le reste de la population n'a rien, la fraction *f* la plus pauvre de la population n'a aucune richesse pour tout *f* inférieur à 1 ; il s'ensuit que pour tout $f < 1$, la courbe de Lorenz est la droite horizontale d'ordonnée nulle. Mais quand $f = 1$, l'oligarque est inclus, et l'ordonnée de la courbe de Lorenz prend brutalement la valeur 1. L'aire comprise entre cette courbe de Lorenz *(en orange)* et la diagonale est la moitié de l'aire du carré, c'est-à-dire 1/2 ; le coefficient de Gini est donc égal à 1.

En somme, le coefficient de Gini pour la richesse peut varier de 0 (égalité absolue) à 1 (concentration extrême de la richesse). Sans surprise, la réalité correspond à une valeur intermédiaire. La ligne rouge montre la courbe de Lorenz de la richesse aux États-Unis en 2016, d'après des données de la Réserve fédérale. Le double de l'aire *(en jaune)* comprise entre cette courbe et la diagonale est égal à environ 0,86 ; c'est l'un des coefficients de Gini les plus élevés des pays développés pour la richesse. En France, le coefficient de Gini pour la richesse est égal à environ 0,70, d'après le rapport 2019 du Crédit Suisse.

Les quatre petits graphiques de *B* montrent la correspondance entre le modèle affine de richesse et les courbes de Lorenz réelles pour les États-Unis en 1989 et 2016, ainsi que pour l'Allemagne et la Grèce en 2010. Les données proviennent de la Réserve fédérale des États-Unis et de la Banque centrale européenne.

L'écart entre la courbe de Lorenz du modèle et celle correspondant aux données réelles est inférieur à 0,2 % pour les États-Unis et à 0,33 % pour les pays européens. On voit aussi que le coefficient de Gini pour les États-Unis a augmenté entre 1989 et 2016, ce qui reflète l'augmentation des inégalités.
B. B.



© Graphiques de Jen Christiansen, d'après Federal reserve bank's survey of consumer finances (données empiriques étatsuniennes); Banque centrale européenne (données empiriques allemandes et grecques)

plus riches ne perdent jamais? Pas du tout. Encore une fois, la configuration ressemble à celle d'un casino: tantôt on perd, tantôt on gagne, mais plus on reste longtemps dans le casino, plus on risque de perdre. Le libre marché est, pour l'essentiel, un casino que l'on ne peut jamais quitter. Lorsque le petit flux de richesse décrit plus haut, qui passe du pauvre au riche dans chaque transaction, est multiplié par les 7,7 milliards d'individus de la population mondiale et par le très grand nombre de transactions qu'ils font, le petit flux devient un torrent, et l'inégalité de richesse s'accentue inévitablement.

QUAND LA RICHESSE SE CONDENSE

On pourrait bien sûr se demander si ce modèle, même s'il est mathématiquement exact, a quelque chose à voir avec la réalité. Après tout, il décrit une économie totalement instable qui dégénère inévitablement en une oligarchie extrême, et une telle oligarchie n'existe pas dans le monde réel. Effectivement, le modèle de vide-grenier ne permet pas à lui seul d'expliquer la répartition empirique de la richesse. Pour pallier ce défaut, plusieurs collègues, à l'université Tufts, et moi l'avons affiné de trois façons pour le rendre plus réaliste.

Dans un article publié en 2017, nous avons incorporé au modèle une redistribution de la richesse. Pour qu'il reste suffisamment simple, nous avons imposé que chaque agent fasse, après chaque transaction, un pas vers la richesse individuelle moyenne. La taille de ce pas était une fraction, notée χ (la lettre grecque *chi*), de la différence entre la richesse de l'agent et la richesse moyenne. Cela équivaut à un impôt sur la fortune pour les riches (le taux d'imposition par unité de temps est χ) et à une subvention complémentaire pour les pauvres. L'effet est de transférer de la richesse de ceux qui sont au-dessus de la moyenne à ceux qui sont au-dessous.

Nous avons constaté que cette simple modification stabilise la répartition des richesses et empêche l'apparition d'une oligarchie. Étonnamment, cela a permis à notre modèle d'être en accord à mieux que 2% près avec les données empiriques sur la répartition de la richesse aux États-Unis et en Europe entre 1989 et 2016. Le paramètre unique χ semble résumer l'effet d'une multitude d'impôts ou taxes et de subventions qu'il serait beaucoup trop difficile de prendre en compte séparément dans un modèle aussi schématique que celui-ci.

En outre, il est bien documenté que les riches bénéficient d'avantages économiques systémiques, tels que des taux d'intérêt plus bas sur les prêts et de meilleurs conseils financiers, alors que les pauvres souffrent de désavantages économiques systémiques tels que les prêts sur salaire et le manque de temps pour faire des achats aux meilleurs prix. Comme l'écrivain James Baldwin l'a dit un jour: «Quiconque a déjà lutté contre la pauvreté sait à quel point il est coûteux d'être pauvre.»

Par conséquent, dans le même article de 2017 mentionné ci-dessus, nous avons aussi tenu compte de ce que nous appelons l'avantage lié à la richesse. Nous avons biaisé le tirage à pile ou face en faveur de l'individu le plus riche d'une quantité proportionnelle à un nouveau paramètre ζ (la lettre grecque *zêta*), multiplié par le rapport entre la différence de richesse des deux agents et la richesse moyenne. Ce raffinement assez simple, qui représente et résume une multitude de biais en faveur des riches, améliore l'accord entre le modèle et la partie supérieure des distributions de richesse constatées.

L'inclusion du biais lié à la richesse reproduit le phénomène d'oligarchie partielle et en donne aussi une définition mathématique précise. Chaque fois que l'effet de l'avantage lié à la richesse obtenue dépasse celui de la redistribution (plus précisément, chaque fois que ζ est supérieur à χ), une fraction infinitésimale de la population détient une proportion non nulle, égale à $1-\chi/\zeta$, de la richesse de la société.

L'apparition de l'oligarchie partielle est en fait une transition de phase pour un autre modèle de transactions économiques, comme l'ont décrit pour la première fois en 2000 les physiciens Jean-Philippe Bouchaud, président de la société Capital Fund Management et professeur à l'École polytechnique, à Palaiseau, et Marc Mézard, de l'École normale supérieure, à Paris. Dans notre modèle, quand ζ est inférieur à χ, le système n'a qu'un seul état stable, dépourvu d'oligarchie; lorsque ζ est supérieur à χ, un nouvel état, oligarchique, apparaît et devient l'état stable (*voir l'encadré page 66*). Le modèle du vide-grenier à deux paramètres (χ et ζ) ainsi obtenu est capable de reproduire >

© Hanna Barczyk

> à 1 ou 2 % près les données empiriques sur la répartition de la richesse aux États-Unis et en Europe entre 1989 et 2016.

Une telle transition de phase a peut-être joué un rôle crucial dans la concentration de richesse qui a suivi l'éclatement de l'Union soviétique en 1991. L'imposition aux anciens États de l'URSS d'une « thérapie de choc », comme on a surnommé cette stratégie économique, a entraîné une forte diminution de la redistribution de la richesse (c'est-à-dire une diminution de χ) par leurs gouvernements et un bond concomitant de l'avantage lié à la richesse (augmentation de ζ) sous l'effet combiné des soudaines privatisations et déréglementations. La baisse de la « température » χ/ζ qui en a résulté a provoqué, dans les anciens pays communistes, une concentration de la richesse, et ces pays sont devenus oligarchiques presque du jour au lendemain. À ce jour, on peut qualifier d'oligarchies au moins 10 des 15 anciennes républiques soviétiques.

LA PHYSIQUE DE L'INÉGALITÉ

Lorsque l'eau bout à 100 °C et se transforme en vapeur d'eau, elle subit une transition de phase – un changement soudain et spectaculaire. Par exemple, le volume qu'elle occupe (à une pression donnée) augmente de façon discontinue. De façon similaire, l'aimantation d'un matériau ferromagnétique devient nulle *(courbe orange du graphique A)* lorsque sa température dépasse un seuil T_C, la « température de Curie ». Autrement dit, au-delà de T_C, le matériau n'est pas aimanté. La courbe de l'aimantation en fonction de la température est continue au point de transition, mais elle y présente un coude prononcé (sa dérivée est discontinue).

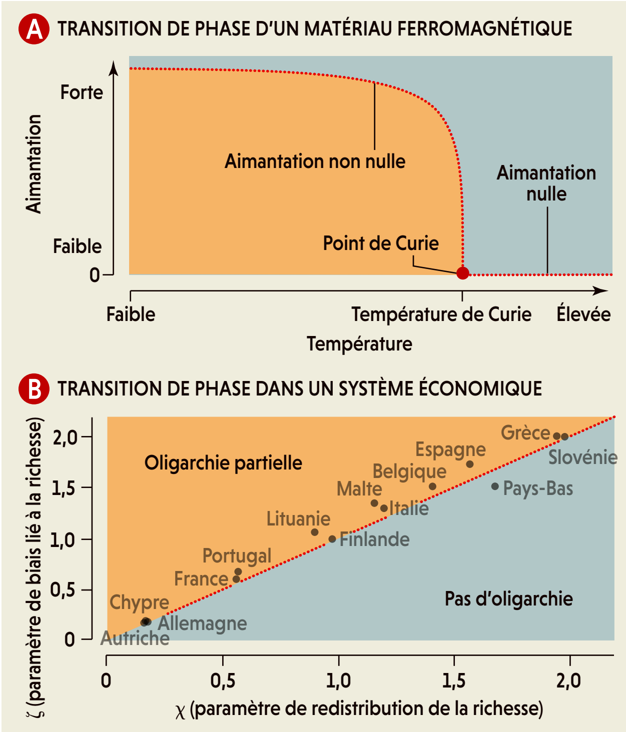
Inversement, lorsque la température d'un ferromagnétique s'approche de T_C par les valeurs supérieures, une aimantation apparaît spontanément alors qu'elle était nulle auparavant. Cette aimantation a une orientation spatiale inhérente (du pôle sud de l'aimant au pôle nord) et l'on peut se demander dans quelle direction elle se développe. En l'absence de champ magnétique externe qui pourrait privilégier une direction, la brisure de la symétrie de rotation est « spontanée » (la symétrie de rotation signifie que le système a des propriétés identiques quelle que soit la direction considérée, ce qui est le cas d'un matériau ferromagnétique aux températures supérieures à T_C). Autrement dit, une aimantation non nulle apparaît soudainement et sa direction est aléatoire (plus précisément, cette direction dépend de fluctuations microscopiques incontrôlables, que la modélisation macroscopique du ferromagnétisme ignore).

Les systèmes économiques peuvent également présenter des transitions de phase. Lorsque le paramètre de richesse ζ du modèle affine de richesse est inférieur au paramètre de redistribution χ *(voir le texte principal)*, la répartition de la richesse n'est même pas partiellement oligarchique *(région en bleu du graphique B)*. Cependant, lorsque ζ dépasse χ, une fraction finie de la richesse de l'ensemble de la population « se condense » dans les mains d'une fraction infinitésimale des agents les plus riches. Ainsi, le rapport χ/ζ joue un rôle analogue à celui de la température : la richesse « se condense » lorsqu'il devient inférieur à 1.

Une autre symétrie subtile des systèmes macroscopiques complexes est la « dualité », qui décrit une correspondance biunivoque entre les états du système au-dessus et au-dessous de la température critique à laquelle la transition de phase se produit. Dans le cas du ferromagnétisme, elle fait correspondre un système aimanté et ordonné, de température T inférieure à T_C, à son système « dual », désordonné et non aimanté à la température dite « inverse », $(T_C)^2/T$, qui est supérieure à T_C. La température critique est celle où la température du système et sa température inverse sont égales (c'est-à-dire où $T = (T_C)^2/T$). La théorie de la dualité joue un rôle de plus en plus important en physique théorique, notamment en théorie quantique de la gravitation.

Comme le ferromagnétisme, le modèle affine de richesse présente une dualité, ce qu'un de mes doctorants, Jie Li, et moi avons prouvé en 2018. Un état où l'on a $\zeta < \chi$ n'est pas une oligarchie partielle, alors que l'état correspondant à un rapport inverse des paramètres (c'est-à-dire dont la « température » χ'/ζ' est égale à ζ/χ, l'inverse de χ/ζ) l'est. Il est intéressant de noter que ces deux états reliés par dualité ont exactement la même répartition de richesse si l'on supprime l'oligarchie du système à richesse concentrée (la richesse totale étant recalculée pour tenir compte de cette perte).

Fait significatif, la plupart des pays sont très proches de l'état critique. Un graphique dans le plan ζ-χ de 14 des pays qui dépendent de la Banque centrale européenne *(B)* montre que la plupart se trouvent près de la diagonale. Tous sauf un (les Pays-Bas) se situent juste au-dessus de la diagonale, ce qui indique qu'ils sont légèrement oligarchiques. Il est possible que l'inégalité augmente naturellement jusqu'à l'apparition d'une oligarchie et que, à partir de là, des pressions politiques s'installent et empêchent l'inégalité d'empirer.
B. B.



© D'après Bruce Broghosian; Banque centrale européenne (données par pays)

Une troisième amélioration de notre modèle, en 2019, a consisté à y inclure la richesse négative – l'un des aspects les plus inquiétants des économies modernes. En 2016, par exemple, environ 10,5 % de la population étatsunienne était endettée en raison de prêts hypothécaires, de prêts étudiants et autres.

Nous avons donc introduit un troisième paramètre, noté κ (la lettre grecque *kappa*), qui décale la distribution de richesse vers le bas et qui prend donc en compte la richesse négative. Nous avons supposé que la richesse la plus faible que l'agent le plus pauvre pouvait détenir à tout moment était $-S$, où S est égal à κ fois la richesse moyenne par individu. Avant chaque transaction, nous avons prêté de la richesse S aux deux agents afin que chacun ait une richesse positive. Ils ont ensuite effectué leurs transactions selon le modèle de vide-grenier étendu, décrit plus haut, après quoi ils ont tous les deux remboursé leur dette S.

Le modèle à trois paramètres (χ, ζ, κ) ainsi obtenu, nommé « modèle affine de richesse », est en mesure de s'accorder avec les données empiriques sur la répartition de la richesse aux États-Unis à moins de 0,15 % près sur une période de trois décennies. Avec les données européennes pour 2010, l'accord est généralement meilleur qu'à 0,35-0,5 % près (*voir l'encadré page 64*).

Pour effectuer ces comparaisons avec les données réelles, nous avons dû résoudre le « problème inverse ». En d'autres termes, la répartition empirique de la richesse étant donnée, il nous a fallu déterminer les valeurs de χ, ζ et κ pour lesquelles les résultats du modèle sont les plus proches des données. À titre d'exemple, pour décrire la distribution de richesse des ménages américains en 2016, les paramètres optimaux sont $\chi=0{,}036$, $\zeta=0{,}050$ et $\kappa=0{,}058$. Nous avons confronté le modèle affine de richesse à des données empiriques provenant de nombreux pays et époques. À notre connaissance, il décrit les données sur la répartition de la richesse avec plus de précision que tout autre modèle existant.

RUISSELLEMENT VERS LE HAUT

Il est remarquable que le modèle de répartition de la richesse qui s'ajuste le mieux aux données empiriques soit un modèle qui serait complètement instable sans redistribution, plutôt qu'un modèle fondé sur un supposé équilibre des forces du marché. En fait, ces modèles mathématiques démontrent que, loin de « ruisseler » vers les pauvres, la tendance naturelle de la richesse est de s'écouler vers le haut, de sorte que la répartition « naturelle » de la richesse dans une économie de marché correspond à une oligarchie totale. Seule la redistribution fixe des limites à l'inégalité.

Les modèles mathématiques attirent également l'attention sur l'influence énorme qu'ont la rupture de symétrie, le hasard et les avantages préalables (dus par exemple aux héritages) sur la distribution de la richesse. Et la présence d'une rupture de symétrie va à l'encontre des arguments qui justifient les inégalités de richesse par l'idée que les individus portent l'entière responsabilité de leurs résultats économiques simplement parce qu'ils effectuent des transactions volontairement ou par l'idée que l'accumulation de richesses résulte de l'intelligence et des efforts investis.

Il est vrai que la position d'un individu sur le spectre de la richesse est corrélée dans une certaine mesure à ces attributs, mais la forme globale de ce spectre peut s'expliquer à mieux que 0,33 % près par un modèle statistique qui les ignore complètement. Le hasard joue un rôle beaucoup plus important que celui qu'on lui attribue d'habitude ; aussi, la glorification dont bénéficient généralement les riches dans les sociétés modernes et, inversement, la stigmatisation des pauvres sont totalement injustifiées.

Qui plus est, seul un mécanisme de redistribution soigneusement conçu est en mesure de compenser, dans une économie de marché, la tendance naturelle des richesses à passer des pauvres aux riches. On confond souvent redistribution et impôts, mais les deux notions doivent rester bien distinctes. Les citoyens versent des impôts à leur gouvernement pour financer les activités de ce dernier. Quant à la redistribution, les gouvernements peuvent la mettre en œuvre, mais il est préférable de la considérer comme un flux de richesses entre personnes destiné à compenser les injustices inhérentes à l'économie de marché. Dans un système de redistribution uniforme, tous ceux dont la richesse est inférieure à la moyenne recevraient des fonds nets, tandis que tous ceux plus riches que la moyenne paieraient. Et c'est précisément parce que les niveaux actuels d'inégalité sont si extrêmes que les bénéficiaires seraient beaucoup plus nombreux que les payeurs.

Étant donné la complexité des économies réelles, nous trouvons gratifiant qu'une approche analytique simple développée par des physiciens et des mathématiciens décrive les distributions réelles de richesse de plusieurs pays avec une aussi grande précision. Il est également assez curieux de constater que ces distributions présentent des caractéristiques subtiles mais essentielles de systèmes physiques complexes. Et surtout, le fait qu'une esquisse aussi simple et plausible du libre marché fasse apparaître qu'il est tout sauf libre et équitable devrait être à la fois un motif d'inquiétude et un appel à l'action. ■

BIBLIOGRAPHIE

Jie Li *et al.*, **The affine wealth model : An agent-based model of asset exchange that allows for negative-wealth agents and its empirical validation**, *Physica A*, vol. 516, pp. 423-442, 2019.

A. Devitt-Lee *et al.*, **A nonstandard description of wealth concentration in large-scale economies**, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 78(2), pp. 996-1008, 2018.

J.-P. Bouchaud et M. Mézard, **Wealth condensation in a simple model of economy**, *Physica A*, vol. 282, pp. 536-545, 2000.